Διαγώνισμα *Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου*

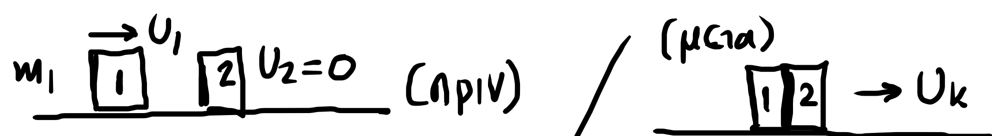
Κρούσεις - Μηχανική Στερεού Σώματος

Σύνολο Σελίδων: εννέα (9) - Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

Σάββατο 29 Ιουλίου 2022

Θέμα Α → (δ), (α), (γ), (γ) / Λ, Λ, Σ, Σ, Σ.

Β. 1 → (α)



Για την πλαστική κρούση:

Α.Δ.Ο. $\vec{P}_{ολ}^{πριν} = \vec{P}_{ολ}^{μετά} \Rightarrow m_1 v_1 = (m_1+m_2)v_κ \quad (1)$

$$E_{απώλ} = K_{ολ}^{πριν} - K_{ολ}^{μετά} \Rightarrow \frac{3K_1}{4} = K_1 - K_{ολ}^{μετά} \Rightarrow K_{ολ}^{μετά} = \frac{K_1}{4}$$

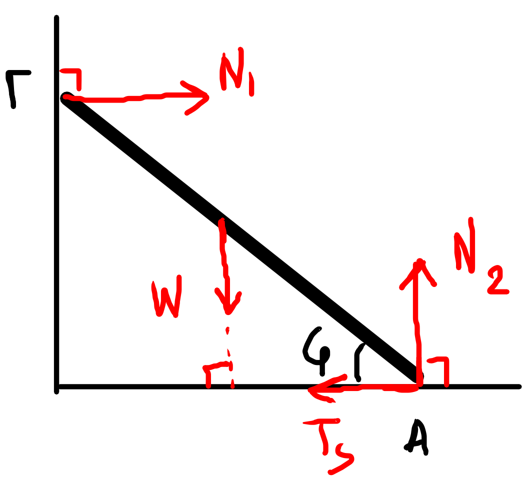
$$\Rightarrow \frac{1}{2}(m_1+m_2)v_κ^2 = \frac{1}{4}\,\frac{1}{2}m_1 v_1^2 \Rightarrow (m_1+m_2)v_κ^2 = \frac{1}{4}m_1 v_1^2 \quad (2)$$

Απο $\xrightarrow{(1),(2)}$ $(m_1+m_2)\left(\frac{m_1 v_1}{m_1+m_2}\right)^2 = \frac{1}{4} m_1 v_1^2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_1+m_2} = \frac{1}{4}$

Άρα $4m_1 = m_1+m_2 \Rightarrow \underline{m_2 = 3m_1}$

<u>Για την ελαστική κρούση</u> $\Big\}$ $v_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2} v_1 = \frac{2m_1}{4m_1} v_1 \Rightarrow v_2' = \frac{v_1}{2}$

$\boxed{B.2} \rightarrow (\beta)$



Αφού ισορροπεί: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_s = N_1 \quad (1)$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 = W \quad (2)$

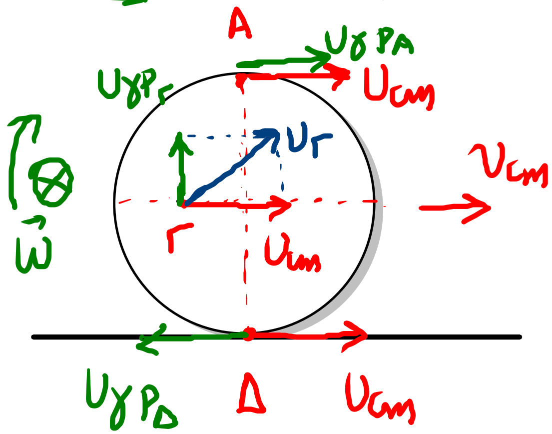
$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow N_1 \cdot \ell \eta\mu\varphi - W\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = 0$

$N_1 = \frac{W}{2\varepsilon\varphi\varphi} \quad (3)$

Για να μην ολισθαίνει πρέπει $T_s \le \mu_s N_2$

$$\overset{(1)}{\underset{(2)}{\Rightarrow}} N_1 \le \mu_s W \overset{(3)}{\Rightarrow} \frac{W}{2\varepsilon\varphi\varphi} \le \mu_s W \Rightarrow \boxed{\varepsilon\varphi\varphi \ge \frac{1}{2\mu_s}}$$

$\boxed{B.3} \rightarrow (\gamma)$



Αφού κ.χ.ο. πρέπει $\upsilon_\Delta = 0$

$$\Rightarrow \upsilon_{cm} - \upsilon_{\gamma\rho_\Delta} = 0 \Rightarrow \upsilon_{cm} = \omega \cdot R \quad (1)$$

Για το Γ $\quad \vec{\upsilon}_\Gamma = \vec{\upsilon}_{\mu\varepsilon\tau} + \vec{\upsilon}_{\pi\varepsilon\rho}$

$$\upsilon_\Gamma = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{\gamma\rho_\Gamma}^2} = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \left(\omega \frac{R}{2}\right)^2}$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} \upsilon_\Gamma = \frac{\sqrt{5}}{2}\upsilon_{cm} \quad (2)$$

Για το Α

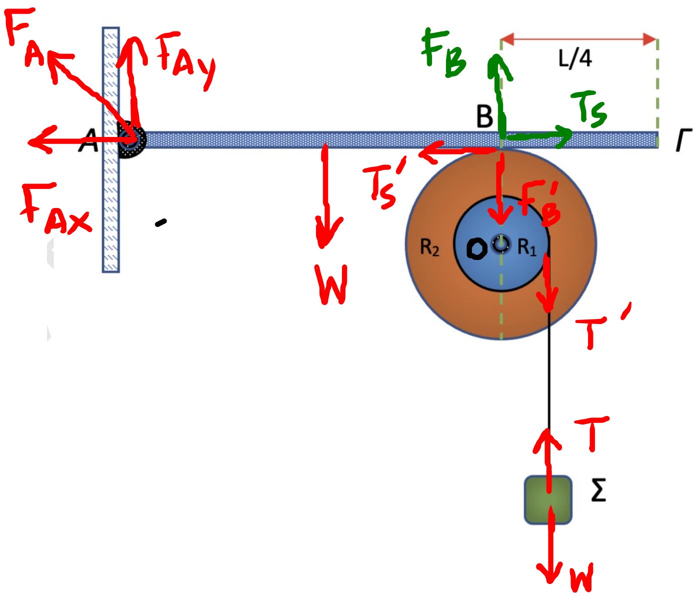
$$\vec{\upsilon}_A = \vec{\upsilon}_{\mu\varepsilon\tau} + \vec{\upsilon}_{\pi\varepsilon\rho}$$

$$\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho_A} = \upsilon_{cm} + \omega R \overset{(1)}{\Rightarrow} \upsilon_A = 2\upsilon_{cm} \quad (3)$$

Από (2), (3)

$$\boxed{\frac{\upsilon_\Gamma}{\upsilon_A} = \frac{\sqrt{5}}{4}}$$

Θέμα Γ



Στο σημείο επαφής (B) ράβδου – στερεού ασκούνται τα ζεύγη δράσης – αντίδρασης T_s, T_s' και F_B, F_B'

$\boxed{Γ.1}$ Για την ισορροπία της ράβδου

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F_B \cdot \left(L - \frac{L}{4}\right) - W \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$$\Rightarrow F_B = \frac{2W}{3} = \frac{2Mg}{3} \Rightarrow F_B = 20N$$

$\boxed{Γ.2}$ Αφού το στερεό οριακά δεν ολισθαίνει στην ράβδο: $T_s' = T_{s(max)} = \mu_s F_B'$ (1)

Για την ισορροπία στερεού: $\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_s' R_2 - T' R_1 = 0$

$$\Rightarrow T_s' = \frac{T'}{2}$$

Για την ισορροπία σώματος Σ: $\Sigma F = 0 \Rightarrow T = mg = 10N$

Επειδή το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό

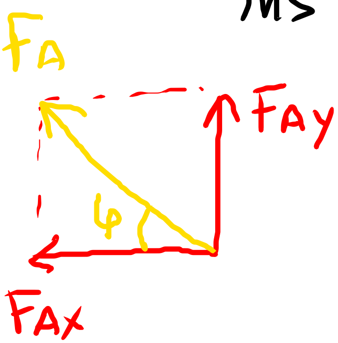
$T' = T$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι $T_s' = 5N$

Από (1) $\Rightarrow \mu_s = \frac{5}{20} \Rightarrow \boxed{\mu_s = 0,25}$

Γ.3 Από την ισορροπία της ράβδου

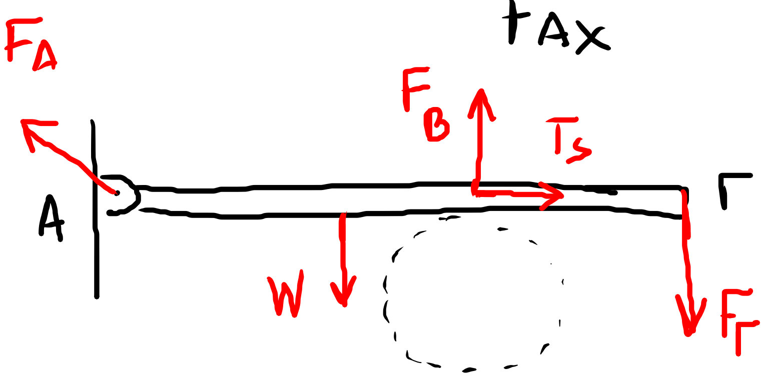
$$\left.\begin{aligned} &\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{Ax} = T_s = 5N \\ &\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} + F_B = W \Rightarrow F_{Ay} = 10N \end{aligned}\right.$$



$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} \Rightarrow \boxed{F_A = 5\sqrt{5}\,N}$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{F_{Ay}}{F_{Ax}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon\varphi\varphi = 2}$$

Γ.4



Με την επίδραση της $F_Γ$ και την νέα μάζα του σώματος οι δυνάμεις αλλάζουν

Για την ράβδο που ισορροπεί $\Big\}$ $\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow -F_\Gamma \cdot L + F_B \frac{3L}{4} - W\frac{L}{2} = 0$

$\Rightarrow \underline{F_B = 32N}$

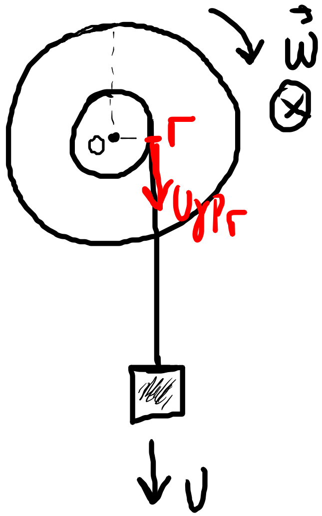
Για το στερεό που ισορροπεί $\Big\}$ $\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_s' \cdot R_2 - T' R_1 = 0 \Rightarrow T_s' = \frac{T'}{2}$

Για το σώμα που ισορροπεί $\Big\}$ $\Sigma F = 0 \Rightarrow T = m_1 g$

Ισορροπεί οριακά όταν $T_s' = \mu_s F_B' \Rightarrow \frac{m_1 g}{2} = \mu_s F_B'$

$\Rightarrow m_1 \cdot 5 = 0{,}25 \cdot 32 \Rightarrow \boxed{m_1 = 1{,}6\ kg}$

Γ.5



Η στροφορμή του σώματος, ως προς τον άξονα περιστροφής του αερστού (ο) θα είναι

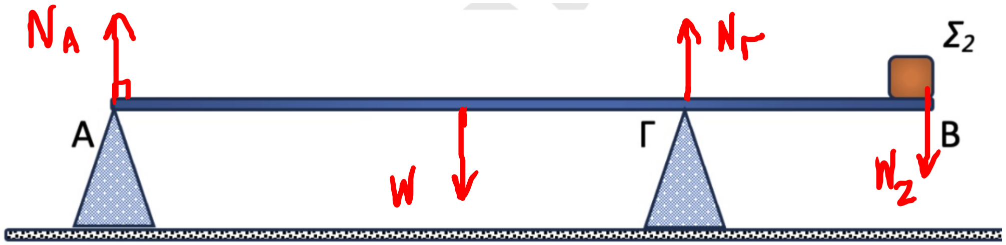
$$L_{(o)} = m_1 \upsilon \cdot R_1 = m_1 \omega R_1^2$$

Επειδή το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι $\upsilon = \upsilon_{\gamma\rho_\Gamma}$

$$\upsilon = \omega \cdot R_1$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{(o)} = 32 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot m^2/s}$$

Θέμα Δ



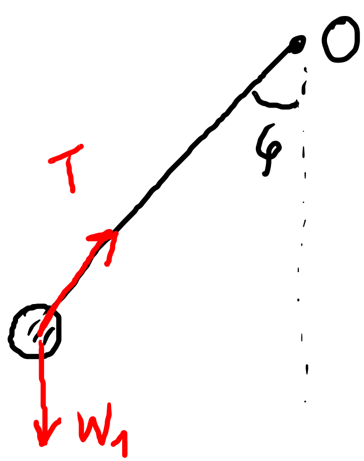
Δ.1 η δοκός οριακά δεν χάνει επαφή στο Α άρα $\underline{N_A = 0}$

Το σύστημα ράβδος – $Σ_2$ ισορροπεί άρα

$$\Sigma \tau_{εξ(Γ)} = 0 \Rightarrow -w_2 \frac{\ell}{3} + w\left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{3}\right) = 0 \Rightarrow w_2 = \frac{w}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{m_2 = 1\,kg}$$

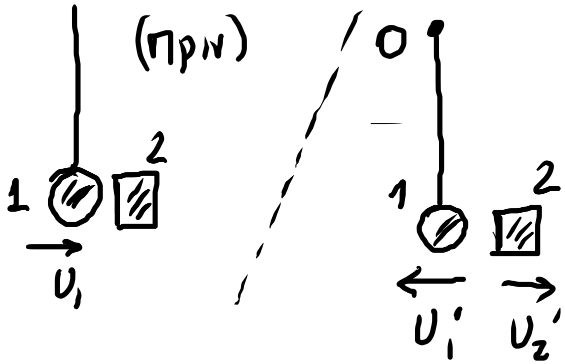
Δ.2



$$\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau_{(O)} = \cancel{\tau_{T(O)}}^{\,0} + \tau_{w_1(O)}$$

$$\frac{dL}{dt} = m_1 g \cdot L\,ημφ \quad (1)$$

Για την κρούση



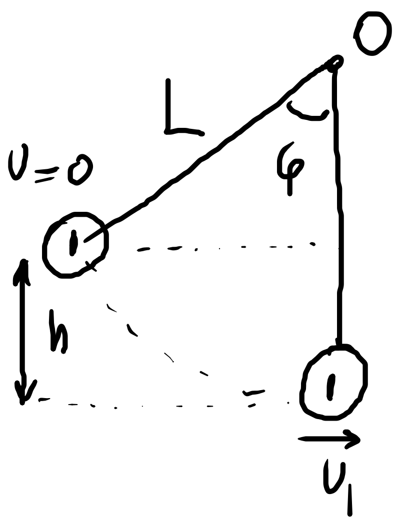
$$v_1' = -3\,m/s$$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

Για την καθοδο πριν την κρούση

ΘΜΚΕ

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = m_1 g h$$



$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

$$h = L - L\,\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{L}{2}$$

Άρα $v_1 = \sqrt{gL}$

$$v_1 = 5\,m/s$$

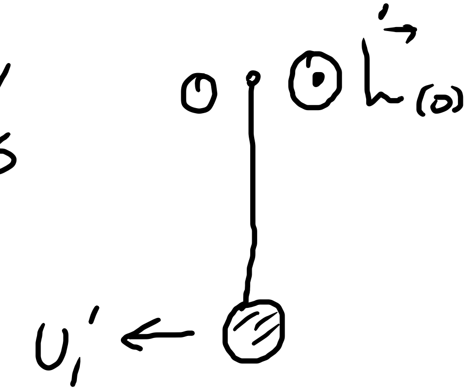
$$-3 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} 5$$

$$\Rightarrow m_2 = 4 m_1 \Rightarrow m_1 = 0{,}25\,kg$$

Άρα από την (1) προκύπτει

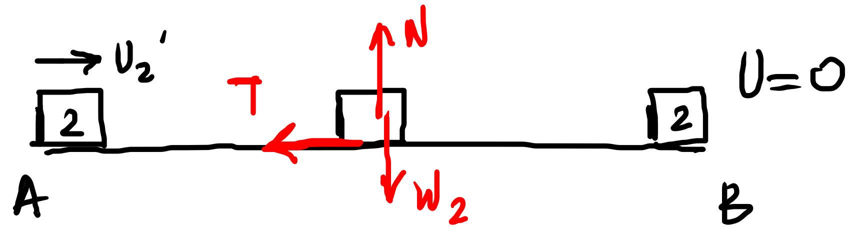
$$\boxed{\frac{dK}{dt} = \frac{5\sqrt{3}}{8}\,kg\,m^2/s^2}$$

$$L'_{(O)} = m_1 v_1' \cdot L \Rightarrow L'_{(O)} = \frac{15}{8}\ kg \cdot m^2/s$$



↓ Διάνυσμα κάθετο στην σελίδα και φορά προς τον αναγνώστη.

$\boxed{\Delta.3}$



Για το Σ_2

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = m_2 g$$

$$T = \mu N$$

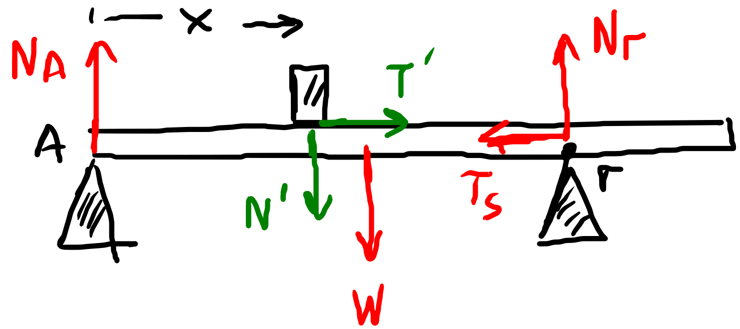
$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2} v_1 \Rightarrow v_2' = 2\ m/s$$

Για την ολίσθηση του Σ_2 πάνω στην δοκό

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = -T \cdot (AB)$$

$$-\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = -\mu m_2 g (AB) \Rightarrow \boxed{(AB) = l = 2m}$$

Δ.4



Το σώμα ασκεί στην ράβδο την T' και την N'

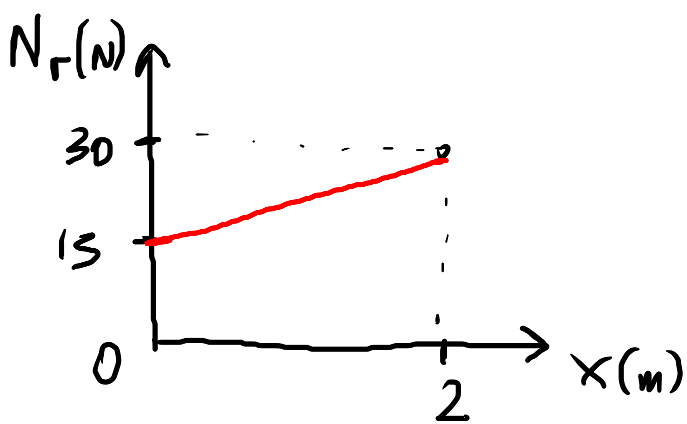
3ος Νόμος Νεύτωνα / $N' = N = 10\,N$ και $T' = T = \mu N = 1\,N$

Για την ισορροπία της δοκού με το σώμα σε τυχαία θέση

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow N' \cdot x + Mg\frac{\ell}{2} - N_\Gamma\left(\ell - \frac{\ell}{3}\right) = 0$$

οπότε

$$\boxed{N_\Gamma = 7{,}5x + 15 \ (SI) \qquad 0 \le x \le 2m}$$



$\boxed{Δ.5}$ Για να μην γλυστράει η δοκός πρέπει $T_s \le T_{s(max)} \Rightarrow T_s \le \mu_s \cdot N_Γ$

Αφού ισορροπεί

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_s = T'$

$T_s = 1\,N$

$$\mu_s \ge \frac{1}{15 + 7{,}5x}, \quad 0 \le x \le 2m$$

για $x = 0 \rightarrow \mu_s \ge \frac{1}{15}$

για $x = 2m \rightarrow \mu_s \ge \frac{1}{30}$

Άρα $\mu_s \ge \frac{1}{15}$

οπότε $\boxed{\mu_{s(min)} = 1/15}$

έλεγχος: στο δεξί άκρο ($x = 2m$)

$T_{s(max)} = 2N > T$!!