

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
4^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1α. α A1β. β

A2α. β A2β. γ

A3α. δ A3β. δ

A4α. α A4β. δ

A5. Σ, Λ, Σ, Σ, Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η (α).

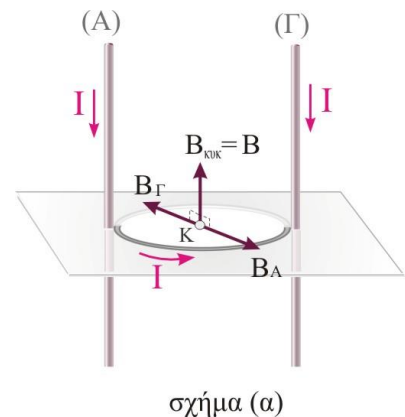
Οι εντάσεις που δημιουργούν οι αγωγοί (Α) , (Γ) στο σημείο Κ είναι κάθετες στην ένταση που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός. Αφού η ολική ένταση στο σημείο Κ είναι κατακόρυφη, οι εντάσεις των (Α), (Γ) θα αλληλοαναιρούνται. Σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού η ένταση που δημιουργεί ο αγωγός (Α), B_A , στο σημείο Κ, έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Για να είναι το B_r αντίθετης φοράς, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, θα πρέπει ο αγωγός (Γ) να διαρρέεται από ρεύμα με φορά προς τα κάτω .

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο Κ είναι B και οφείλεται μόνο στον κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό, επομένως

$$B_{\text{κυκλ}} = B = \frac{2k_{\mu}\pi I}{r}$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο Κ λόγω του ρευματοφόρου αγωγού (Α) ή (Γ) είναι

$$B_A = B_r = \frac{2k_{\mu} I}{r} = \frac{B}{\pi}$$

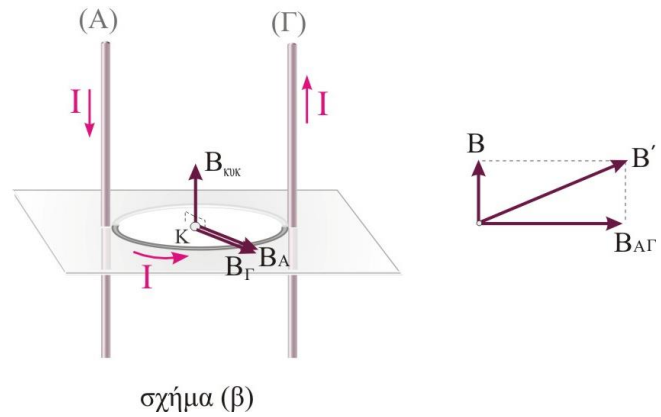


Αν αντιστρέψουμε τη φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (Γ) (σχήμα β), οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων λόγω των ρευματοφόρων αγωγών είναι ομόρροπες και το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ είναι

$$B' = \sqrt{B^2 + (2B_A)^2} = \sqrt{B^2 + \left(2\frac{B}{\pi}\right)^2} \Rightarrow$$

$$B' = B\sqrt{1 + \frac{4}{\pi^2}} = \frac{B}{\pi}\sqrt{4 + \pi^2}$$

Άρα, σωστή απάντηση είναι η (α).



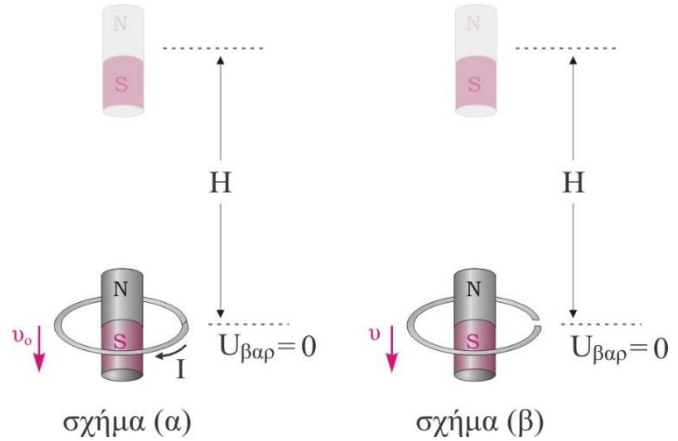
B2. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Όταν αφήσουμε ελεύθερο τον μαγνήτη (σχήμα α), αυτός διέρχεται από το επίπεδο του κυκλικού αγωγού με ταχύτητα v_0 . Στη διάρκεια της παραπάνω πτώσης, έχουμε φαινόμενο επαγωγής σε κλειστό κύκλωμα, οπότε κυκλοφορεί ηλεκτρικό ρεύμα και αναπτύσσεται θερμότητα λόγω του φαινομένου Joule ίση με $Q = \frac{mgH}{4}$.

Εφαρμόζοντας την αρχή της διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα κυκλικός αγωγός - μαγνήτης έχουμε:

$$E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow U_{αρχ} = K_{τελ} + Q \Rightarrow$$

$$mgH = \frac{1}{2}mv_0^2 + mg\frac{H}{4} \Rightarrow v_0^2 = \frac{3}{2}gH, (1)$$



Όταν ο δακτύλιος είναι κομμένος, ο μαγνήτης διέρχεται από το επίπεδο του κυκλικού αγωγού με ταχύτητα v . Στη διάρκεια της παραπάνω πτώσης, έχουμε φαινόμενο επαγωγής σε ανοικτό κύκλωμα, οπότε όλη η μείωση της δυναμικής ενέργειας μετατρέπεται σε κινητική. Εφαρμόζοντας την αρχή της διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα κυκλικός αγωγός - μαγνήτης έχουμε:

$$E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow U_{αρχ} = K_{τελ} \Rightarrow mgH = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = 2gH, (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1),(2) παίρνουμε

$$\frac{v_0^2}{v^2} = \frac{\frac{3}{2}gH}{2gH} \Rightarrow v_0 = \frac{v\sqrt{3}}{2}$$

Άρα, σωστή απάντηση είναι η (α).

B3. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Σχεδιάζουμε τη δύναμη Laplace που δέχεται κάθε πλευρά του τριγωνικού πλαισίου. Το τρίγωνο είναι ισόπλευρο και η γωνία μεταξύ δύο γειτονικών πλευρών του είναι $\varphi=60^\circ$.

Αναλύουμε τις δυνάμεις σε άξονες x και y. Η δύναμη $F_{A\Gamma}$ δεν χρειάζεται ανάλυση αφού βρίσκεται στον άξονα y.

Για τις συνιστώσες των $F_{A\Delta}$ και $F_{\Gamma\Delta}$ έχουμε

$$\begin{aligned}
 F_{\Gamma\Delta x} &= F_{\Gamma\Delta} \cdot \eta\mu\varphi & F_{\Gamma\Delta y} &= F_{\Gamma\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \\
 F_{A\Delta x} &= F_{A\Delta} \cdot \eta\mu\varphi & F_{A\Delta y} &= F_{A\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi
 \end{aligned}$$

Η συνισταμένη δύναμη στον άξονα x είναι

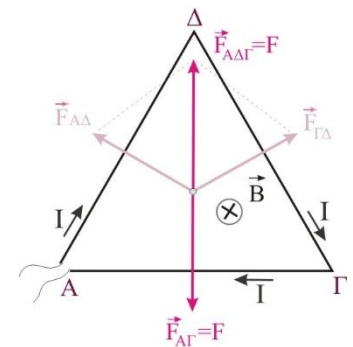
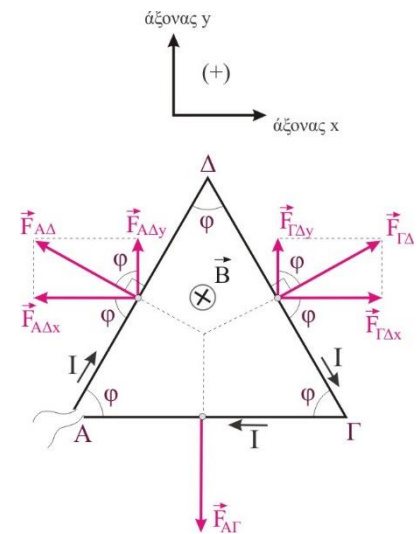
$$\sum F_x = F_{\Gamma\Delta x} - F_{A\Delta x} = B l \alpha \cdot \eta\mu\varphi - B l \alpha \cdot \eta\mu\varphi = 0$$

Η συνισταμένη δύναμη στον άξονα y είναι

$$\sum F_y = F_{\Gamma\Delta y} + F_{A\Delta y} - F_{A\Gamma} = B l \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + B l \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - B l \alpha = 0$$

Επομένως η συνισταμένη δύναμη Laplace στο κλειστό πλαίσιο είναι μηδέν. Αν στην πλευρά ΑΓ το μέτρο της ασκούμενης δύναμης είναι F , τότε θα πρέπει στο υπόλοιπο τμήμα του τριγωνικού πλαισίου ΑΔΓ να ασκείται μια αντίθετη δύναμη μέτρου F ώστε $\Sigma F=0$.

Άρα, σωστή απάντηση είναι η (γ).



B4. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Η κλίση στο διάγραμμα φάσης - χρόνου δίνει την κυκλική συχνότητα περιστροφής του πλαισίου.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{4}}{t_0} = \frac{\pi}{4t_0} \text{ (SI)}$$

Τη χρονική στιγμή $8t_0/3$, η φάση του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι

$$\varphi_1 = \omega t_1 = \frac{\pi}{4t_0} \cdot \frac{8t_0}{3} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

Η στιγμιαία ισχύς που καταναλώνεται στον αντιστάτη είναι

$$p_1 = V I \cdot \eta\mu^2 \omega t_1 = V I \cdot \eta\mu^2 \frac{2\pi}{3} = V I \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow p_1 = \frac{3}{4} V I, \quad (1)$$

Ο μέσος ρυθμός έκλυσης θερμότητας από τον αντιστάτη είναι η μέση ισχύς η οποία δίνεται από τη σχέση

$$\bar{P} = V_{\varepsilon\nu} I_{\varepsilon\nu} = \frac{VI}{2} \Rightarrow A = \frac{VI}{2} \Rightarrow VI = 2A$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε

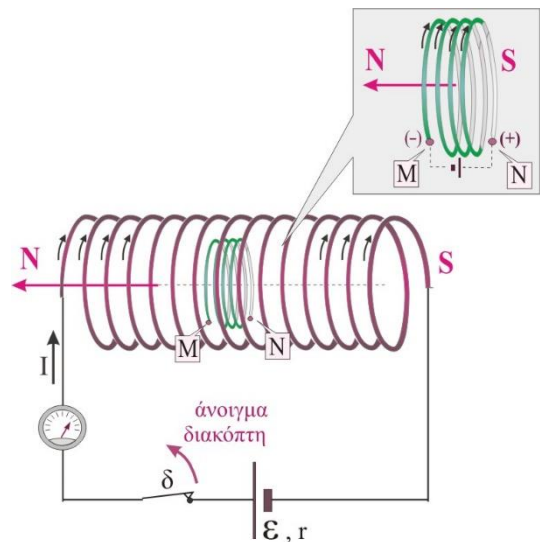
$$\rho_1 = \frac{3}{4} 2A \Rightarrow \rho_1 = 1,5A$$

Άρα, σωστή απάντηση είναι η (β).

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Όταν ο διακόπτης είναι κλειστός, το σωληνοειδές διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα και δημιουργείται μαγνητικό πεδίο του οποίου η ένταση έχει φορά προς τα αριστερά, άρα και από τον κυκλικό αγωγό διέρχεται μαγνητική ροή $\Phi_{\text{αρχ}} = B S$. Όταν ανοίξουμε το διακόπτη, δ , η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον κυκλικό αγωγό μηδενίζεται, $\Phi_{\text{τελ}} = 0$. Η μεταβολή της μαγνητικής ροής προκαλεί φαινόμενο επαγωγής, οπότε ο κυκλικός αγωγός συμπεριφέρεται στιγμιαία ως ηλεκτρική πηγή και στους ακροδέκτες Μ και Ν αναπτύσσεται τάση από επαγωγή, $E_{\text{επ}}$.

Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, η τάση από επαγωγή θα έχει τέτοια πολικότητα, ώστε αν ο κυκλικός αγωγός ήταν συνδεδεμένος με αντιστάτη, το επαγωγικό ρεύμα θα είχε φορά τέτοια ώστε να τείνει να αναιρέσει τη μεταβολή η οποία το προκάλεσε.



Στην περίπτωση μας για να αναιρεθεί η μείωση του B , έπρεπε να δημιουργηθεί στον κυκλικό αγωγό δευτερογενές B ίδιας φοράς με αυτήν του σωληνοειδούς. Για να συμβεί αυτό έπρεπε το επαγωγικό ρεύμα να ρέει στον κυκλικό αγωγό από κάτω προς τα πάνω (βλέπε σχήμα).

Στο εσωτερικό μιας πηγής το ρεύμα ρέει από τον αρνητικό προς τον θετικό πόλο και ο κυκλικός αγωγός συμπεριφέρεται ως ηλεκτρική πηγή άρα η πολικότητα είναι Μ(-) και Ν(+).

Γ2. α) Από το διάγραμμα προκύπτει ότι η περίοδος της έντασης του ρεύματος είναι $T = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$, οπότε η συχνότητα είναι

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-2} \text{ s}} \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$$

Αυτό σημαίνει ότι γίνονται 50 εναλλαγές της φοράς του ρεύματος ανά δευτερόλεπτο, άρα 100 εναλλαγές πολικότητας ανά δευτερόλεπτο. Επομένως σε 60s γίνονται $60 \times 100 = 6000$ εναλλαγές πολικότητας.

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι το πλάτος της έντασης του ρεύματος είναι $I = 0,3 \text{ A}$.

Η κυκλική συχνότητα είναι $\omega = 2\pi f = 100 \pi$ (rads^{-1}).

Η εξίσωση της έντασης του ρεύματος είναι $i = I \eta \mu \omega t$ ή $i = 0,3 \eta \mu 100\pi t$ (SI)

Γ3. Η ωμική αντίσταση R του σωληνοειδούς είναι ίδια είτε αυτό διαρρέεται από συνεχές είτε από εναλλασσόμενο ρεύμα.

Επομένως, εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm για το κλειστό κύκλωμα παίρνουμε ότι:

$$E = i \cdot R_{\text{ολ}} = i(R+r) \Rightarrow R = \frac{E}{i} - r = 38 \Omega$$

Η ενεργός ένταση του ρεύματος είναι $I_{\text{εν}} = \frac{I}{\sqrt{2}}$

Η θερμότητα που αναπτύσσεται στο πηνίο σε 1 min υπολογίζεται από τον νόμο Joule:

$$Q = I_{\text{εν}}^2 R t = \frac{I^2}{2} R t = \frac{(0,3A)^2}{2} 38 \Omega \cdot 60s \Rightarrow Q = 102,6 J$$

Γ4. Η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον κυκλικό αγωγό είναι

$$\Phi = B \cdot S = 4\pi k_{\mu} \frac{N}{\ell} i \cdot S = 4\pi k_{\mu} \frac{N}{\ell} S \cdot I \eta \mu \omega t \Rightarrow$$

$$\Phi = 4\pi \cdot \left(10^{-7} \frac{N}{m}\right) \cdot \left(2 \cdot 10^3 \frac{\sigma \pi}{m}\right) \cdot (10 \cdot 10^{-4} m^2) \cdot (0,3A) \cdot \eta \mu 100\pi t \Rightarrow \Phi = 24\pi \cdot 10^{-8} \cdot \eta \mu 100\pi t \text{ (SI)}$$

Επομένως η μαγνητική ροή μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο.

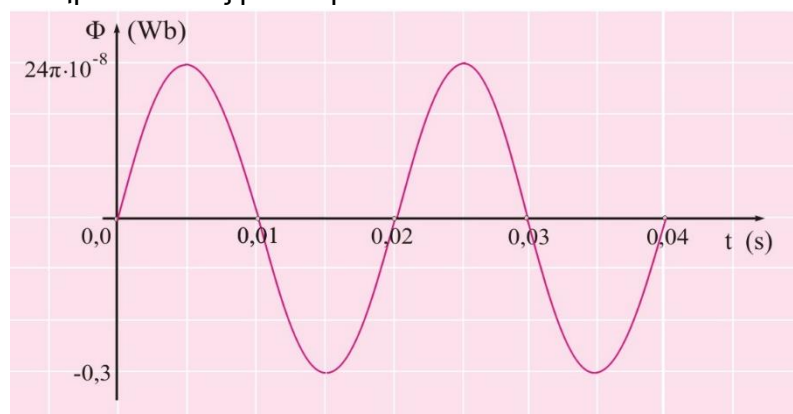
Η μέγιστη τιμή της είναι

$$\Phi_0 = 24\pi \times 10^{-8} \text{ Wb}$$

Η περίοδος της είναι

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,02 \text{ s}$$

Το διάγραμμα της μαγνητικής ροής σε συνάρτηση με το χρόνο για 2 περιόδους φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

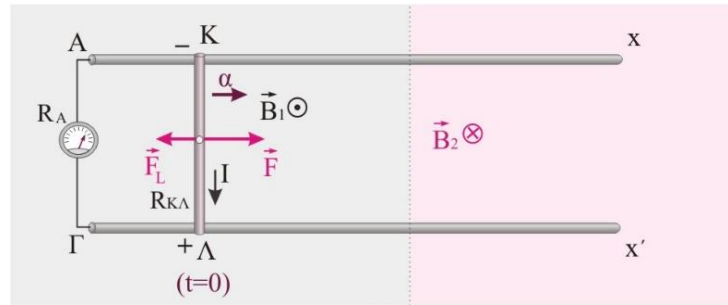


ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από το διάγραμμα $I=f(t)$ παρατηρούμε ότι η ένταση του ρεύματος είναι συνάρτηση πρώτου βαθμού της μορφής

$$i = I_0 + c \cdot t, \quad (1)$$

όπου $I_0 = 0,2A$ και c η κλίση της ευθείας που είναι ίση με $c = \frac{di}{dt} = 0,1 \frac{A}{s}$.



σχήμα (α)

Οι δύο μεταλλικοί οδηγοί, ο αγωγός ΚΛ και το αμπερόμετρο αποτελούν ένα κλειστό πλαίσιο από το οποίο διέρχεται μαγνητική ροή $\Phi = B_1 S$, όπου S το εμβαδόν του σχηματιζόμενου πλαισίου. Καθώς ο αγωγός κινείται, αυξάνεται η επιφάνεια S , με συνέπεια να αυξάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο και να εμφανίζεται επαγωγική τάση. Αν σε χρόνο dt ο αγωγός έχει μετατοπιστεί κατά dx , τότε η επαγωγική τάση που εμφανίζεται στο πλαίσιο είναι

$$E_{\varepsilon\pi} = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{\Phi_{\text{τελ}} - \Phi_{\text{αρχ}}}{dt} = \frac{B_1 S_{\text{τελ}} - B_1 S_{\text{αρχ}}}{dt} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{B_1 (S_{\text{τελ}} - S_{\text{αρχ}})}{dt} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{B_1 L dx}{dt}$$

Όμως, $\frac{dx}{dt}$ μας κάνει την ταχύτητα του αγωγού, άρα η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$E_{\varepsilon\pi} = B_1 v L$$

Επειδή έχουμε κλειστό κύκλωμα, κυκλοφορεί επαγωγικό ρεύμα του οποίου η ένταση είναι

$$i = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{\text{κλ}} + R_A} = \frac{B_1 v L}{R_{\text{κλ}} + R_A}, \quad (2)$$

Από το συνδυασμό των σχέσεων (1), (2) παίρνουμε:

$$I_0 + c \cdot t = \frac{B_1 v L}{R_{\text{κλ}} + R_A} \Rightarrow v = \frac{R_{\text{κλ}} + R_A}{B_1 L} \cdot I_0 + \frac{(R_{\text{κλ}} + R_A)}{B_1 L} c \cdot t \quad (3)$$

Η τελευταία σχέση είναι της μορφής $v = v_0 + \alpha \cdot t$

$$\text{με } v_0 = \frac{R_{\text{κλ}} + R_A}{B_1 L} \cdot I_0 = \frac{10\Omega}{1T \cdot 1m} \cdot 0,2 \frac{A}{s} \Rightarrow v_0 = 2 \frac{m}{s} \text{ και}$$

$$\alpha = \frac{(R_{\text{κλ}} + R_A)}{B_1 L} c = \frac{10\Omega}{1T \cdot 1m} \cdot 0,1 \frac{A}{s} \Rightarrow \alpha = 1 \frac{m}{s^2}$$

Άρα, η κίνηση του αγωγού είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα και η ταχύτητά του περιγράφεται από τη σχέση

$$v = 2 + 1 \cdot t \quad (S) \quad (4)$$

Δ2. Κατά την κίνηση του αγωγού, εκτός από την εξωτερική δύναμη F ασκείται και η δύναμη Laplace η οποία σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz αντιτίθεται στην κίνηση του αγωγού (σχήμα α). Εφαρμόζουμε για τον αγωγό ΚΛ τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα.

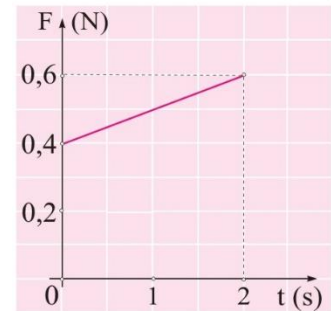
$$\Sigma F = m\alpha \Rightarrow F - F_L = m\alpha \Rightarrow$$

$$F = B_1 I L + m\alpha \Rightarrow$$

$$F = B_1 (I_0 + c \cdot t) L + m\alpha = 1T \cdot (0,2A + 0,1 \frac{A}{s} t) \cdot 1m + (0,2kg) \cdot \left(1 \frac{m}{s^2}\right) \Rightarrow$$

$$F = 0,4 + 0,1t \text{ (SI)} \quad (5)$$

Η γραφική παράσταση δύναμης - χρόνου δείχνεται στο διπλανό σχήμα.



Δ3. i. Ο ρυθμός προσφοράς ενέργειας από την εξωτερική δύναμη στη διάταξη δίνεται από τη σχέση

$$\frac{dW_F}{dt} = \frac{F \cdot dx}{dt} = F \cdot v \quad (6)$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$, από τη σχέση (4)

προκύπτει $v_1 = 2 + t_1 = 3 \frac{m}{s}$ και

από τη σχέση (5), $F_1 = 0,4 + 0,1t_1 \Rightarrow F_1 = 0,5N$

Επομένως η σχέση (6) γίνεται

$$\frac{dW_F}{dt} = (0,5N) \cdot \left(3 \frac{m}{s}\right) = 1,5 \frac{J}{s}$$

ii. ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ δίνεται από τη σχέση

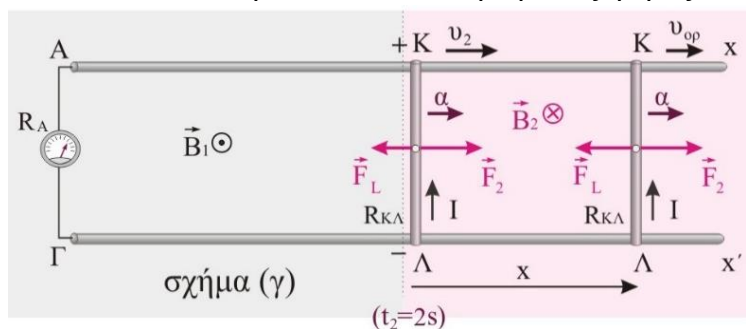
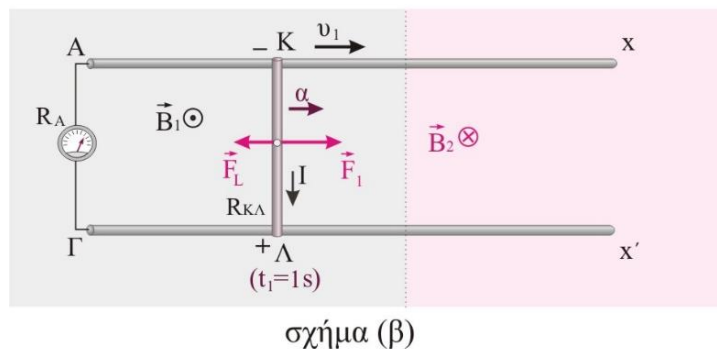
$$\frac{dK}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx}{dt} = \Sigma F \cdot v_1 = m\alpha \cdot v_1 \Rightarrow \frac{dK}{dt} = (0,2kg) \cdot \left(1 \frac{m}{s^2}\right) \cdot \left(3 \frac{m}{s}\right) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 0,6 \frac{J}{s}$$

Δ4. i. Η αντιστροφή της φοράς του μαγνητικού πεδίου θα προκαλέσει αντιστροφή της φοράς του επαγωγικού ρεύματος, οπότε η φορά της δύναμης Laplace παραμένει ίδια.

Η αντιστροφή της φοράς του μαγνητικού πεδίου, τη χρονική στιγμή $t_2 = 2s$, βρίσκει:

-τον αγωγό ΚΛ με ταχύτητα

$$v_2 = 2 + t_2 = 4 \frac{m}{s} .$$



- το μέτρο της εξωτερικής δύναμης F_2 ίσο με $F_2 = 0,4 + 0,1 \cdot t_2 = 0,6N$

- τη νέα δύναμη Laplace να έχει μέτρο $F'_L = \frac{B_2^2 v_2 L^2}{R_{K\Lambda} + R_A} = \frac{(2T)^2 \cdot (4m/s) \cdot (1m)^2}{10\Omega} \Rightarrow F'_L = 1,6N$

Άρα, ο αγωγός ΚΛ θα αρχίσει να επιβραδύνεται και η οριακή του ταχύτητα αναμένεται να είναι μικρότερη από τη $v_2 = 4 \frac{m}{s}$

Ο αγωγός αποκτά την οριακή του ταχύτητα όταν το μέτρο της F_L εξισωθεί με αυτό της F_2 .

$$F_L = F_2 \Rightarrow B_2 \frac{B_2 v_{op} L}{R_{K\Lambda} + R_A} L = F_2 \Rightarrow$$

$$v_{op} = \frac{(R_{K\Lambda} + R_A) F_2}{B_2^2 L^2} = \frac{10\Omega \cdot 0,6N}{(2T)^2 \cdot (1m)^2} = 1,5 \frac{m}{s}$$

ii. Θα εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης ενέργειας από τη στιγμή t_2 μέχρι να αποκτήσει ο αγωγός την οριακή του ταχύτητα, .

$$K_{αρχ} + W_F = K_{τελ} + Q \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 + F_2 \cdot x = \frac{1}{2} m v_{op}^2 + Q \quad , \quad (6)$$

Η θερμότητα Q που εκλύεται στη διάταξη οφείλεται στην αντίσταση του αμπερομέτρου και στην αντίσταση του αγωγού ΚΛ.

$$Q = Q_{RA} + Q_{K\Lambda} \quad , \quad (7)$$

Η θερμότητα που εκλύεται σε κάθε αντιστάτη, βρίσκεται με εφαρμογή του νόμου του Joule θεωρώντας ότι σε κάθε στοιχειώδη χρονική διάρκεια Δt , το ρεύμα παραμένει σταθερό, ισχύει

$$\Delta Q = I^2 R \Delta t$$

Οι αντιστάτες διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, επομένως διαιρώντας τις στοιχειώδεις θερμότητες που αναπτύσσονται στους αντιστάτες του κυκλώματος κατά μέλη έχουμε

$$\frac{\Delta Q_{RA}}{\Delta Q_{K\Lambda}} = \frac{I^2 R_A \cdot \Delta t}{I^2 R_{K\Lambda} \cdot \Delta t} = \frac{R_A}{R_{K\Lambda}}$$

Άρα, για τα συνολικά ποσά θερμότητας που ελευθερώνονται στους δύο αντιστάτες ισχύει:

$$\frac{Q_{RA}}{Q_{K\Lambda}} = \frac{R_A}{R_{K\Lambda}} = \frac{1}{9} \quad , \quad (8)$$

Συνδυάζοντας τις (7),(8) έχουμε

$$Q = \frac{10}{9} Q_{K\Lambda} = 4,375 J$$

Λύνοντας τη σχέση (6) ως προς x και κάνοντας αριθμητική αντικατάσταση παίρνουμε:

$$x = \frac{\frac{1}{2} m(v_{op}^2 - v_2^2) + Q}{F_2} = \frac{0,2 \text{ kg} \left(\left(1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) + 4,375 \text{ J}}{0,6 \text{ N}} \Rightarrow x = 5 \text{ m}$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι Παυλικάκης Γεώργιος και Ποντικός Ηλίας, Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό.