ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

6ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. β   Α1β. α

Α2α. β   Α2β. α

Α3α. δ   Α3β. γ

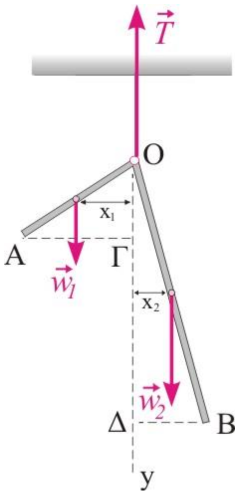
Α4α. γ   Α4β. δ

Α5. Λ, Σ, Σ, Σ, Λ

ΘΕΜΑ Β:

Β1. Σωστή είναι η α

Αφού η ράβδος ισορροπεί, ισχύει $\Sigma F = 0$ και $\Sigma\tau = 0$.



Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο είναι τα βάρη των δύο τμημάτων, w_1, w_2 και η τάση του νήματος, Τ. Οι μάζες των δύο τμημάτων της ράβδου, άρα και τα βάρη είναι ανάλογα των μηκών, έτσι $w_2 = 2w_1$.

Γράφοντας το άθροισμα των ροπών ως προς το σημείο εξάρτησης Ο, έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow w_1 \cdot x_1 = w_2 \cdot x_2 \Rightarrow w_1 \frac{(\mathrm{A\Gamma})}{2} = w_2 \cdot \frac{(\Delta\mathrm{B})}{2} \Rightarrow$$

$$w_1 \cdot (\mathrm{A\Gamma}) = 2w_1 \cdot (\Delta\mathrm{B}) \Rightarrow \ (\mathrm{A\Gamma}) = 2 \cdot (\Delta\mathrm{B})$$

Β2. Σωστή είναι η β.

Όταν η επιβατική ακτίνα του κέντρου μάζας του δίσκου διαγράψει γωνία φ=π/3 rad, τότε το κέντρο μάζας διαγράφει μήκος τροχιάς

$$S_{cm} = 2\pi(R+r)\,\frac{\varphi}{2\pi} = 2\pi(R+r)\,\frac{\pi/3}{2\pi} \Rightarrow S_{cm} = \frac{7r\pi}{3}$$

Στην κύλιση, σε κάθε περιστροφή το κέντρο μάζας του δίσκου διανύει μήκος τροχιάς ίσο με $2\pi r$.

Άρα, όταν η επιβατική ακτίνα του κέντρου μάζας του διαγράψει γωνία φ=π/3 rad, τότε ο δίσκος εκτελεί Ν περιστροφές που είναι:

$$N = \frac{S_{cm}}{2\pi r \,/\, \pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\acute{\eta}} = \frac{7\pi r/3}{2\pi r \,/\, \pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\acute{\eta}} \Rightarrow N = \frac{7}{6}\ \pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\acute{\varepsilon}\varsigma$$

Β3. Σωστή είναι η β.

Η ενέργεια που δαπάνησαν οι αστροναύτες είναι ίση με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

$W = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}$ (1)

όπου, $K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_o^2 + \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_o^2 \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} = m \cdot \upsilon_o^2$

Πρέπει να βρούμε την τελική ταχύτητα περιστροφής.

Έχουμε μονωμένο σύστημα, οπότε η στροφορμή του συστήματος διατηρείται:

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon_o \ell + m\upsilon_o \ell = m \cdot \upsilon \cdot \frac{x}{2} + m \cdot \upsilon \cdot \frac{x}{2} \Rightarrow \upsilon = 2\upsilon_o \cdot \frac{\ell}{x} \qquad (2)$$

Οι δύο περίοδοι περιστροφής συνδέονται με τη σχέση $T_2 = \frac{T_1}{4}$, οπότε έχουμε:

$$T_1 = 4T_2 \Rightarrow \frac{2\pi}{\omega_o} = 4\frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \frac{2\pi \cdot \ell}{\upsilon_o} = 4\frac{2\pi \cdot \frac{x}{2}}{\upsilon} \Rightarrow \frac{\ell}{\upsilon_o} = 2\frac{x}{\upsilon} \Rightarrow \frac{\ell}{x} = 2\frac{\upsilon_o}{\upsilon}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε:

$$\upsilon = 2\upsilon_o \cdot 2\frac{\upsilon_o}{\upsilon} \Rightarrow \upsilon^2 = 4\upsilon_0^2 \Rightarrow \upsilon = 2\upsilon_0$$

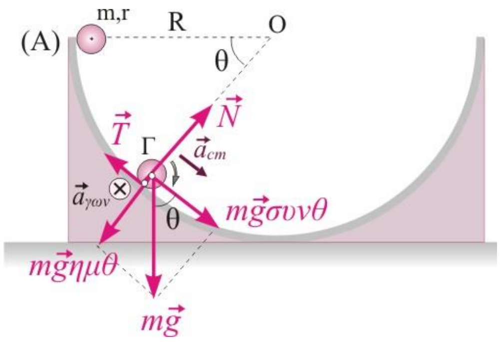
Η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι :

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m \cdot (2\upsilon_0)^2 + \frac{1}{2} m \cdot (2\upsilon_0)^2 \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} = 4m \cdot \upsilon_o^2$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$W = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = 3m \cdot \upsilon_o^2$$

Β4. Σωστή είναι η γ.



Ο ρυθμός μεταβολής της ιδιοστροφορμής της σφαίρας είναι $\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau$, άρα πρέπει να βρούμε τη συνολική ροπή που δέχεται η σφαίρα ως προς το κέντρο μάζας της.

Από τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα ροπή προκαλεί μόνο η στατική τριβή, Τ, άρα

$$\frac{dL}{dt} = Tr \qquad (1)$$

Πρέπει να βρούμε τη στατική τριβή που ασκείται στη σφαίρα.

Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση δίνει:

$$\Sigma F_x = ma_{cm} \Rightarrow m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - T = m \cdot a_{cm} \qquad (2)$$

Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής για τη στροφική κίνηση δίνει:

$$\Sigma\tau = Ia_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T \cdot r = \frac{2}{5}mr^2 \cdot \frac{a_{cm}}{r} \Rightarrow T = \frac{2}{5}ma_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{5T}{2m}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε:

$$mg\sigma\upsilon\nu\theta - T = m \cdot \frac{5T}{2m} \Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{7}{2}T \Rightarrow T = \frac{2}{7}mg\sigma\upsilon\nu\theta$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{2}{7}mgr\sigma\upsilon\nu\theta$$

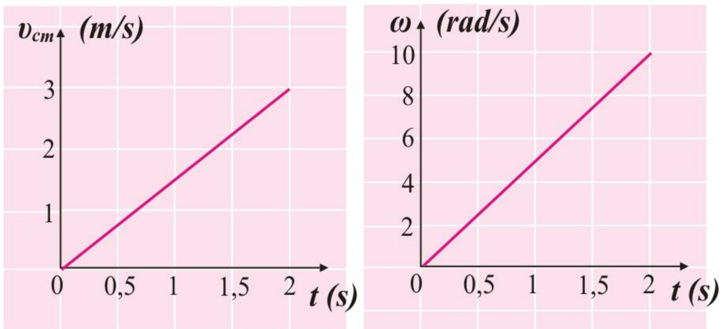
ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Από την κλίση του διαγράμματος $\upsilon_{cm} = f(t)$ παίρνουμε:

$$a_{cm} = \frac{\Delta\upsilon_{cm}}{\Delta t} = 1,5\frac{m}{s^2}.$$

Από την κλίση του διαγράμματος $\omega = f(t)$ παίρνουμε:

$$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = 5\frac{rad}{s^2}.$$

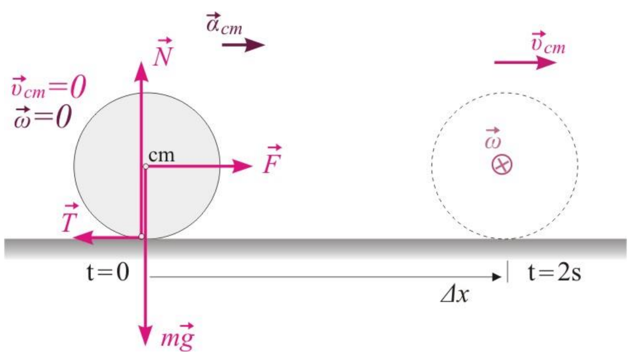


Όταν ένα σώμα ακτίνας R κυλίεται με γωνιακή επιτάχυνση $a_{γων}$, τότε η ποσότητα $a_{γων}R$ μας δίνει την μεταφορική επιτάχυνση του κέντρου μάζας. Στην περίπτωσή μας $a_{γων}R = 5\frac{rad}{s^2}\cdot 0,2m = 1\frac{m}{s^2}$.

Παρατηρούμε ότι $a_{cm} > a_{γων}R$, δηλαδή το κέντρο μάζας κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση από αυτή που θα κινείτο αν ο κύλινδρος απλά κυλιόταν. Για να συμβαίνει αυτό πρέπει ο κύλινδρος μαζί με την κυκλική κίνηση ταυτόχρονα να ολισθαίνει, έτσι η ασκούμενη τριβή, που προκαλεί και την κυκλική κίνηση, είναι τριβή ολίσθησης.

Άρα, ο κύλινδρος εκτελεί κυκλική και μεταφορική κίνηση με την μετατόπισή του να είναι μεγαλύτερη από αυτή που συμβαίνει στην κύλιση.

Γ.2 Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη στροφική κίνηση παίρνουμε:



$$\Sigma\tau = Ia_{γων} \Rightarrow T\cdot R = \frac{mR^2}{2}\cdot a_{γων} \Rightarrow$$
$$T = \frac{mR}{2}\cdot a_{γων} = \frac{(2kg)\cdot(0,2m)}{2}\cdot(5rad/s^2) \Rightarrow$$
$$T = 1N$$

Άρα, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι:

$$T = \mu mg \Rightarrow \mu = \frac{T}{mg} = \frac{1N}{(2kg)\cdot(10m/s^2)g} \Rightarrow \mu = \frac{1}{20}$$

Γ3. Έχουμε σταθερή δύναμη που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της στην διεύθυνσή της, οπότε

$$W_F = F\cdot\Delta x \qquad (1)$$

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma_{cm} \Rightarrow F - T = ma_{cm} \Rightarrow F = ma_{cm} + T = 2kg\cdot(1,5m/s^2) + 1N \Rightarrow F = 4N$$

Η μετατόπιση Δx βρίσκεται από το εμβαδό της γραφικής παράστασης $\upsilon_{cm} = f(t)$.

$$\Delta x = \frac{1}{2}(3m/s)(2s) \Rightarrow \Delta x = 3m$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$W_F = 4N\cdot 3m \Rightarrow W_F = 12J$$

Γ4. Η παραγόμενη θερμική ενέργεια, Q, προκύπτει αν από το έργο της δύναμης $\vec{F}$ αφαιρέσουμε την ολική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου.

$Q = W_F - K_{ολ}$ (2)

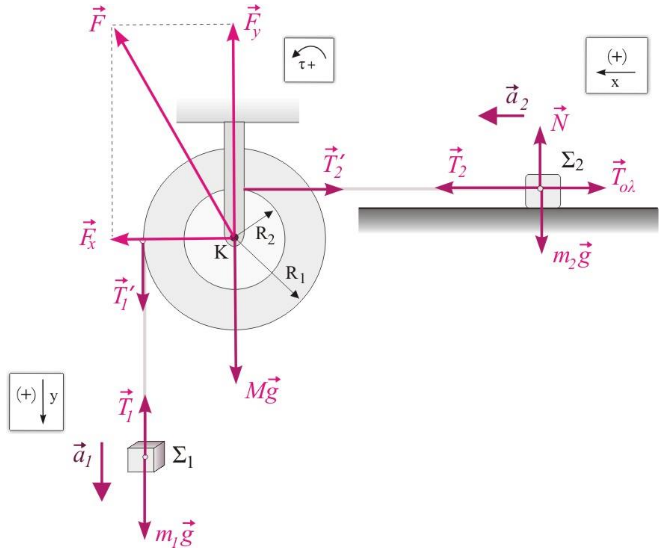
Η ολική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου στο τέλος των 2s είναι:

$$K_{ολ} = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 + \frac{1}{2}\frac{m \cdot R^2}{2} \cdot \omega^2 \Rightarrow K_{ολ} \frac{1}{2}\, 2kg \cdot (3m/s)^2 + \frac{1}{2}\frac{2kg \cdot (0,2m)^2}{2} \cdot (10rad/s)^2 \Rightarrow$$

$$K_{ολ} = 9J + 2J \Rightarrow K_{ολ} 11J$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε: $Q = 1J$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Οι δυνάμεις που ασκούνται στα τρία σώματα δείχνονται στο σχήμα.
Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής για καθένα από τα τρία σώματα γράφεται:

Σ1: $\Sigma F = m_1 a_1 \Rightarrow m_1 g - T_1 = m_1 a_1$ (1)

Σ2: $\Sigma F = m_2 a_2 \Rightarrow T_2 - T_{ολ} = m_2 a_2 \Rightarrow$
$T_2 - \mu m_2 g = m_2 a_2$ (2)

Τροχαλία:

$\Sigma\tau = I a_{γων} \Rightarrow T_1' R_1 - T_2' R_2 = I a_{γων}$ (3)

$T_1' = T_1$, $T_2' = T_2$

Δ2. Οι επιταχύνσεις συνδέονται μεταξύ τους με τις σχέσεις:

$a_1 = a_{γων} \cdot R_1$ και $a_2 = a_{γων} \cdot R_2$ (4), (5)

Λύνουμε τη σχέση (1) ως προς T_1, τη σχέση (2) ως προς T_2 και αντικαθιστούμε στην σχέση (3), λαμβάνοντας υπόψη τις (4), (5).

$T_1 = m_1 g - m_1 a_{γων} R_1$ (6)

$T_2 = \mu m_2 g + m_2 a_{γων} R_2$ (7)

Η αντικατάσταση στη σχέση (3) δίνει:

$$\left(m_1 g - m_1 a_{γων} R_1\right) R_1 - \left(\mu m_2 g + m_2 a_{γων} R_2\right) R_2 = I a_{γων} \Rightarrow m_1 g R_1 - \mu m_2 g R_2 = \left(m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + I\right) a_{γων} \Rightarrow$$

$$a_{γων} = \frac{g\left(m_1 R_1 - \mu m_2 R_2\right)}{m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + I} = \frac{\left(10m/s^2\right)\left[\left(1,2kg \cdot 0,2m\right) - \left(0,4 \cdot 1kgm \cdot 0,1m\right)\right]}{1,2kg \cdot (0,2m)^2 + 1kg \cdot (0,1m)^2 + 0,142kgm^2} \Rightarrow \quad a_{γων} = 10\frac{rad}{s^2}$$

Δ3. Οι συνθήκες ισορροπίας για τη μεταφορική κίνηση της τροχαλίας δίνουν:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_2$

Με αντικατάσταση στη σχέση (7) παίρνουμε:

$T_2=(1kg)\cdot\left[\left(0,4\cdot 10m/s^2\right)+10\dfrac{rad}{s^2}\cdot 0,1m\right]\Rightarrow T_2=5N$, οπότε $F_x=5N$

$\Sigma F_y=0\Rightarrow F_y=Mg+T_1$

Με αντικατάσταση στη σχέση (6) παίρνουμε:

$T_1=(1,2kg)\cdot\left[\left(10m/s^2\right)-10\dfrac{rad}{s^2}\cdot 0,2m\right]\Rightarrow T_1=9,6N$,

οπότε $F_y=1,04kg\cdot 10\dfrac{m}{s^2}+9,6N\Rightarrow F_y=20N$

Άρα, το μέτρο της δύναμης στήριξης στην τροχαλία είναι:

$$F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}=\sqrt{(4\cdot 5N)^2+(5N)^2}\Rightarrow F=5\sqrt{17}N$$

Δ4. $\Delta U=-m_1\cdot g\cdot \Delta h$

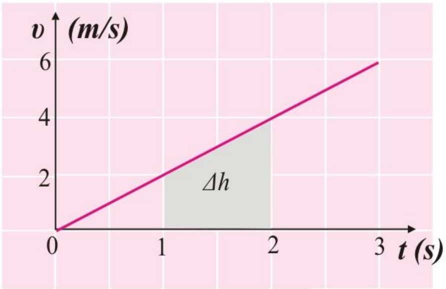
Το σώμα Σ_1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση

$a_1=10\dfrac{rad}{s^2}\cdot 0,2m\Rightarrow a_1=2\dfrac{m}{s^2}$

Η ταχύτητά του δίνεται από τη σχέση

$\upsilon_1=a_1t=2t\,(SI)$

και η γραφική της παράσταση για τα τρία πρώτα δευτερόλεπτα δείχνεται στο σχήμα.



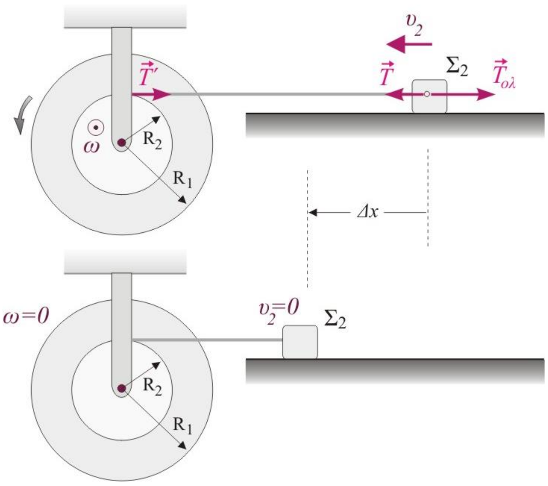
Η μετατόπισή του στη διάρκεια του 2ου δευτερολέπτου αντιστοιχεί στο γραμμοσκιασμένο εμβαδό.

$$\Delta h=\frac{2+4}{2}\cdot 2m=3m$$

Με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$|\Delta U|=1,2kg\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot 3m\Rightarrow|\Delta U|=36J$$

Δ5. Όταν κόβεται το νήμα η τροχαλία και το σώμα Σ_2 έχουν κινητική ενέργεια. Όταν σταματήσουν όλη η κινητική ενέργεια θα έχει μετατραπεί σε θερμική μέσω του έργου της τριβής ολίσθησης.



$$K_{\tau\varepsilon\lambda(\Sigma\Upsilon\Sigma\mathrm{T})}-K_{\alpha\rho\chi(\Sigma\Upsilon\Sigma\mathrm{T})}=-T_{o\lambda}\Delta x\Rightarrow$$

$$0-\left(\frac{1}{2}I\omega^2+\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2\right)=-T_{o\lambda}\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{I\omega^2+m_2\upsilon_2^2}{2T_{o\lambda}}\quad(8)$$

Τη στιγμή που κόβεται το νήμα:

-η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας είναι

$\omega=a_{\gamma\omega\nu}t=10\dfrac{rad}{s^2}\cdot 2s\Rightarrow\omega=20\dfrac{rad}{s}$

-η ταχύτητα του σώματος Σ_2 είναι: $\upsilon_2=a_2t=a_{\gamma\omega\nu}R_2t\Rightarrow\upsilon_2=10\dfrac{rad}{s}\cdot 0,1m\cdot 2s\Rightarrow\upsilon_2=2\dfrac{m}{s}$

Η αντικατάσταση στη σχέση (3) δίνει:

$$\Delta x=\frac{\left(0{,}142kgm^2\right)\cdot\left(20\frac{rad}{s^2}\right)^2+\left(1kg\right)\cdot\left(2\frac{m}{s}\right)^2}{2\cdot 0{,}4\cdot 1kg\cdot 10\frac{m}{s^2}}\Rightarrow \Delta x=7{,}6m$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών.

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Ιστάπολος Βασίλειος, Κυριακόπουλος Ιωάννης,** φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Αντώνιο Παλόγο,** φυσικό.