

---

# Διαγώνισμα Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου

## Ταλαντώσεις

Σύνολο Σελίδων: δέκα (10) - Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες  
Κυριακή 10 Οκτωβρίου 2021

Βαθμολογία 

--	--	--	--	--	--

 %

Όνοματεπώνυμο:

frontistiriteam

---

### Θέμα Α

Στις ημιτελείς προτάσεις Α.1 - Α.4 να γράψετε στο τετράδιο σας τον αριθμό της πρότασης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

**Α.1.** Η σταθερά επαναφοράς ενός συστήματος μάζας-ελατηρίου που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο

(α) εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης.

(β) έχει μονάδα μέτρησης το  $1N/m^2$ .

(γ) ισούται με τη σταθερά  $\kappa$  του ελατηρίου.

(δ) είναι ανάλογη της μάζας του σώματος.

**Μονάδες 5**

**A.2.** Σώμα εκτελεί κίνηση, που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, γύρω από το ίδιο σημείο ίδιου πλάτους και ίδιας διεύθυνσης, με συχνότητες  $f_1 = 199\text{Hz}$  και  $f_2 = 201\text{Hz}$ , με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται διακροτήματα. Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι

- (α)  $1\text{s}$                       (β)  $\frac{1}{200}\text{s}$                       (γ)  $\frac{1}{400}\text{s}$                       (δ)  $0,5\text{s}$

**Μονάδες 5**

**A.3.** Σε μια μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση  $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ , όπου  $A_0$  είναι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και  $\Lambda$  είναι μια θετική σταθερά, ισχύει ότι:

- (α) το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό,  
(β) η περίοδος  $T$  της ταλάντωσης διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης  $b$   
(γ) η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται με τον χρόνο για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης  
(δ) το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.

**Μονάδες 5**

**A.4.** Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, αυξάνεται όταν το σώμα

- (α) κινείται προς ακραίες θέσεις της τροχιάς του.  
(β) έχει τα διανύσματα της ορμής του και της δύναμης επαναφοράς στην ίδια κατεύθυνση.  
(γ) κινείται με ταχύτητα της οποίας το μέτρο αυξάνεται.  
(δ) κινείται προς τη θέση ισορροπίας του.

**Μονάδες 5**

**A.5.** Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

- (α) Αν διπλασιάσουμε την ενέργεια ταλάντωσης ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, τότε τετραπλασιάζεται η μέγιστη ταχύτητά του.
- (β) Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίσων πλάτων, που έχουν την ίδια διεύθυνση και γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, προκύπτει πάντα απλή αρμονική ταλάντωση
- (γ) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση κατά τον συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται από τον διεγέρτη στο ταλαντούμενο σύστημα κατά τον βέλτιστο τρόπο.
- (δ) Το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να γίνεται η κινητική ενέργεια ίση με τη δυναμική σε ένα απλό αρμονικό ταλαντωτή είναι μικρότερο από  $T / 2$ .
- (ε) Σε μια φθίνουσα ταλάντωση αν μειώσουμε τις τριβές, η συχνότητα της ταλάντωσης μειώνεται

**Μονάδες 5**

## Θέμα Β

**B.1.** Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα τρεις απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης από την θέση Ισορροπίας για τις επιμέρους ταλαντώσεις είναι:

$$x_1 = A\eta\mu(\omega t) \quad , \quad x_2 = \sqrt{3}A\sigma\upsilon\nu(\omega t) \quad , \quad x_3 = A\eta\mu\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)$$

Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας θα είναι:

(α)  $x = 2A\eta\mu(\omega t)$

$$(\beta) \quad x = 2A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$(\gamma) \quad x = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{3})$$

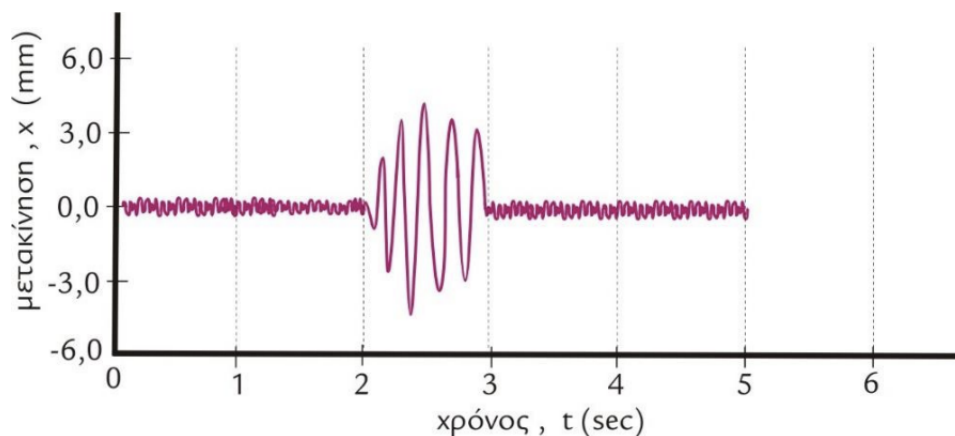
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 6**

**B.2.** Στο παρακάτω διάγραμμα δείχνεται το πλάτος ταλάντωσης της ακίδας ενός σειсмоγράφου σε συνάρτηση με τον χρόνο (σειсмоγράφημα), όπως αυτό καταγράφηκε σε μια σεισογενή περιοχή.



Η ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης ενός ψηλού κτιρίου μάζας  $M = 16 \cdot 10^5 \text{ kg}$  προσεγγίζεται με την ίδια μαθηματική σχέση που δίνει την ιδιοσυχνότητα ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή. Οι μηχανικοί που θα κατασκευάσουν το κτίριο στην παραπάνω σεισογενή περιοχή πρέπει να χρησιμοποιήσουν τα υλικά με τρόπο που η σταθερά  $D$  επαναφοράς της ταλάντωσης του εξαιτίας ενός παρόμοιου σεισμού να βρίσκεται στην περιοχή τιμών ( $\pi^2 \simeq 10$ ):

$$(\alpha) \quad 15 \cdot 10^8 \text{ N/m} - 19 \cdot 10^8 \text{ N/m}$$

$$(\beta) \quad 13 \cdot 10^8 \text{ N/m} - 17 \cdot 10^8 \text{ N/m}$$

(γ)  $2 \cdot 10^8 N/m - 6 \cdot 10^8 N/m$

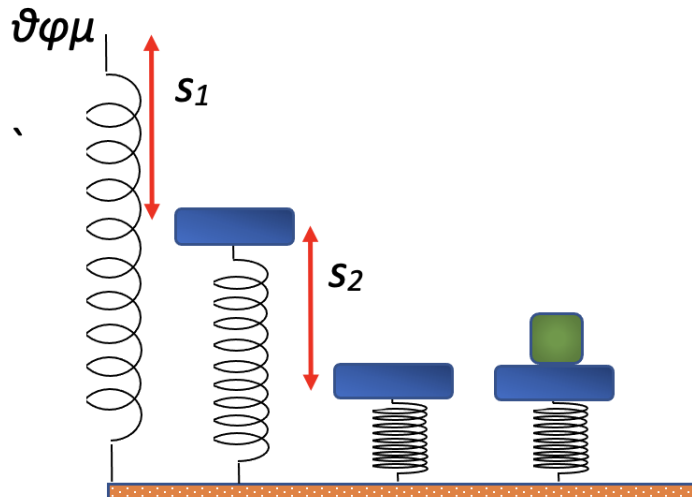
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 6**

**Β.3.** Σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = m$ , είναι δεμένο στο πάνω ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο στο έδαφος.



Το σώμα ισορροπεί και το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά  $s_1$ . Κατεβάζουμε κατακόρυφα το σώμα  $\Sigma_1$  από τη θέση ισορροπίας κατά  $s_2 = 5s_1$  και τοποθετούμε πάνω του ένα σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2 = m$ . Από την θέση αυτή αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.

Το ύψος στο οποίο το  $\Sigma_2$  θα χάσει την επαφή του με το σώμα  $\Sigma_1$ , πάνω από το σημείο που το αφήσαμε ελεύθερο, είναι ίσο με :

(α)  $4s_1$

(β)  $5s_1$

(γ)  $6s_1$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

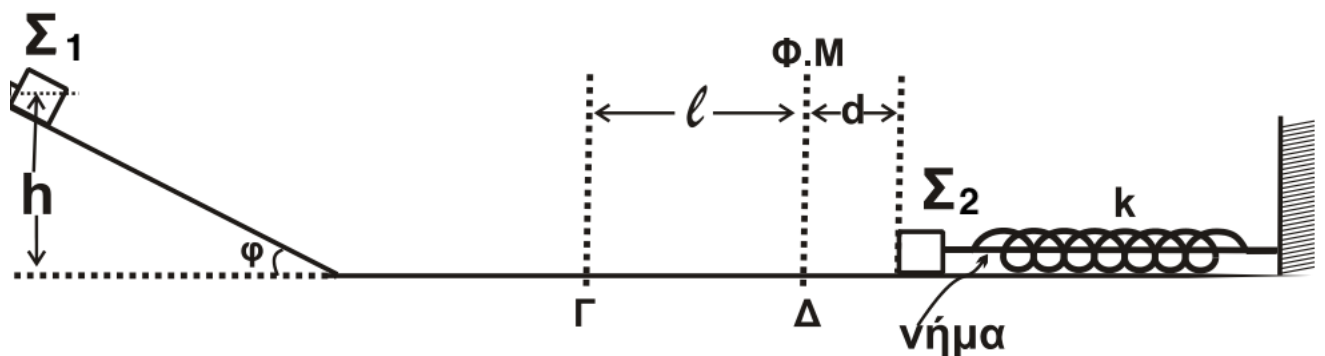
**Μονάδες 2**

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 7**

## Θέμα Γ

Σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 5\text{kg}$  κρατείτε ακίνητο σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\phi$  ( $\eta\mu\phi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,8$ ). Στη συνέχεια της βάσης του κεκλιμένου επιπέδου, βρίσκεται λείο οριζόντιο επίπεδο μεγάλου μήκους. Σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 5\text{kg}$  ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$  το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι δεμένο με νήμα με το ελατήριο συμπιεσμένο κατά  $d = 0,2\text{m}$  από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.



Το σώμα  $\Sigma_1$  που βρίσκεται σε ύψος  $h = 1,8\text{m}$  από το οριζόντιο επίπεδο, αφήνεται και αρχίζει να κατέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο και, αφού φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, συνεχίζει (χωρίς να παρατηρείται φαινόμενο αναπήδησης και χωρίς να μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητάς του) την κίνησή του στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

Όταν το σώμα  $\Sigma_1$  βρίσκεται στο σημείο  $\Gamma$  του οριζοντίου επιπέδου που απέχει απόσταση  $\ell = \frac{3\pi}{5}m$  από τη θέση  $\Delta$  στην οποία το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, κόβεται το νήμα και το σώμα  $\Sigma_2$  αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D = k$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  συγκρούεται κεντρικά ελαστικά για πρώτη φορά με το σώμα  $\Sigma_1$  στη θέση  $\Delta$  φυσικού μήκους του ελατηρίου.

**Γ.1** Να δείξετε ότι η σταθερά  $k$  του ελατηρίου είναι ίση με  $125\text{N/m}$

**Μονάδες 4**

**Γ.2** Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί το σώμα  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση ( $t = 0$  η στιγμή της κρούσης και θετική κατεύθυνση η κατεύθυνση της κίνησης του σώματος  $\Sigma_2$  πριν την κρούση του με το σώμα  $\Sigma_1$ ).

**Μονάδες 5**

**Γ.3** Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_2$ , τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης του είναι οκταπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης του, για πρώτη φορά μετά την κρούση με το σώμα  $\Sigma_1$ , καθώς και την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_2$  την ίδια χρονική στιγμή.

**Μονάδες 6**

**Γ.4** Να σχεδιάσετε το κοινό διάγραμμα της Κινητικής και της Δυναμικής Ενέργειας ταλάντωσης του  $\Sigma_2$ , ως συνάρτηση του χρόνου, για χρονικό διάστημα μιας ταλάντωσης και να υπολογίσετε την χρονική στιγμή  $t'$  που τα διαγράμματα τέμνονται για δεύτερη φορά.

**Μονάδες 6**

**Γ.5** Να υπολογίσετε την απόσταση των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  τη χρονική στιγμή που το σώμα  $\Sigma_2$  διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου για πρώτη φορά μετά την κρούση με το σώμα  $\Sigma_2$ . Να θεωρήσετε ότι τα σώματα βρίσκονται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

**Μονάδες 4**

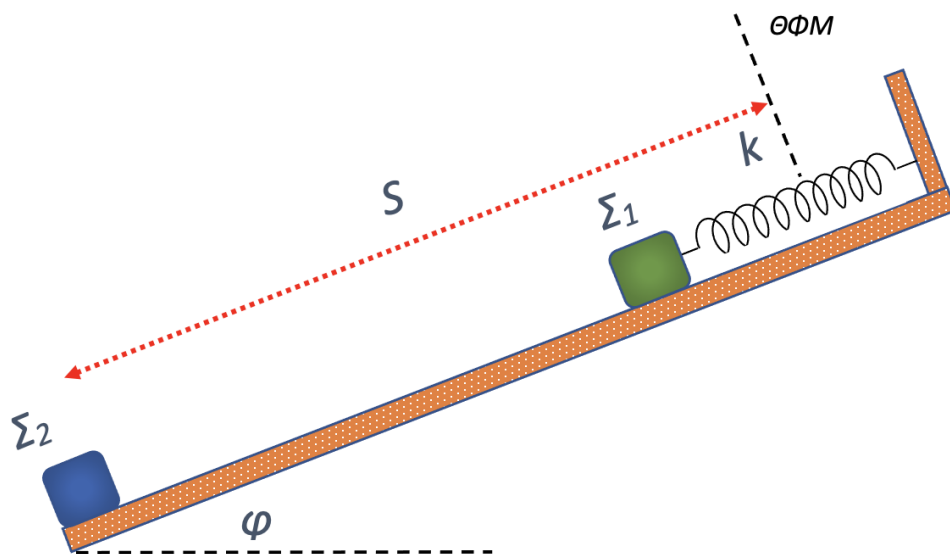
**Δίνονται:** η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ , η σταθερά  $\pi \simeq 3,14$ .  
**Να θεωρήσετε ότι:** η κρούση είναι ακαριαία, η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα, κατά την κρούση, δεν έχουμε απώλεια μάζας, ο χαρακτηρισμός «λεπτό νήμα» αφορά νήμα αμελητέου πάχους, τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα, το οριζόντιο επίπεδο είναι μεγάλου μήκους.

## Θέμα Δ

Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 2\text{kg}$  είναι δεμένο σε ελατήριο σταθεράς  $k = 100\text{N/m}$  το οποίο βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\phi = 30^\circ$  δεμένο στην πάνω πλευρά του κεκλιμένου επιπέδου. Απομακρύνουμε το σώμα από την θέση ισορροπίας του και στην συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο. Από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου εκτοξεύουμε σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = m_1$  το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το σώμα  $\Sigma_1$  στην θέση ισορροπίας του  $\Sigma_1$ . Αν η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση είναι η μέγιστη δυνατή,

**Δ.1** Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

**Μονάδες 5**



Επαναφέρουμε το σύστημα στην αρχική του κατάσταση και εκτοξεύουμε το σώμα  $\Sigma_1$  από την θέση ισορροπίας του με ταχύτητα  $v = \frac{\sqrt{6}}{2}\text{m/s}$ . Από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου σε μια κατάλληλη χρονική στιγμή εκτοξεύουμε το σώμα  $\Sigma_2$  με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 6\text{m/s}$ , έτσι ώστε τα σώματα να συγκρουστούν κεντρικά και πλαστικά κατά την άνοδο του  $\Sigma_2$



με ταχύτητες αντίθετης φοράς. Σας δίνεται ότι η απόσταση της θέσης εκτόξευσης του  $\Sigma_2$  από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου είναι  $s = 3,4m$  και η απόσταση της θέσης εκτόξευσης από την θέση της κρούσης ισούται με  $d = 3,2m$ . Να θεωρήσετε τις διαστάσεις των σωμάτων αμελητέες, θετική την φορά της  $\vec{v}_0$  και ως  $t_0 = 0$  την στιγμή της κρούσης.

**Δ.2** Να βρεθεί το νέο πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος.

**Μονάδες 6**

**Δ.3** Να γραφεί η εξίσωση της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και να σχεδιαστεί το αντίστοιχο διάγραμμα σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.

**Μονάδες 5**

**Δ.4** Να βρεθεί το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα και η μετατόπιση του από την  $t_0 = 0$  μέχρι την χρονική στιγμή που θα ακινητοποιηθεί στιγμιαία για δεύτερη φορά.

**Μονάδες 4**

**Δ.5** Κατά την χρονική στιγμή που η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με την κινητική ενέργεια για δεύτερη φορά, να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου. (Να θεωρηθεί ότι  $\sqrt{2} \simeq 1,4$ )

**Μονάδες 5**

**Δίνονται:** η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10m/s^2$ . **Να θεωρήσετε** τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες και θετική την φορά προς τα πάνω.

---

**Να διαβάσετε με προσοχή τις παρακάτω οδηγίες**

- Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
- Να απαντήσετε στο τετράδιο σας σε όλα τα θέματα μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό, με μελάνι που δεν σβήνει. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για πίνακες, διαγράμματα κλπ
- Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
- Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**Επιμέλεια : Γ. Βασιλάκης, Α. Χουλιάκης , Μ. Καραδημητρίου**

πηγές: Πανελλήνιες, Study4exams

**Καλή Επιτυχία !**

