

**ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**  
**6<sup>ο</sup> ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ**  
**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

A1α. (α)            A1β. (β)

A2α. (γ)            A2β. (β)

A3α. (δ)            A3β. (α)

A4α. (γ)            A4β. (β)

A5.   α. Σ                            β. Σ                            γ. Λ                            δ. Σ                            ε. Λ

**ΘΕΜΑ Β**

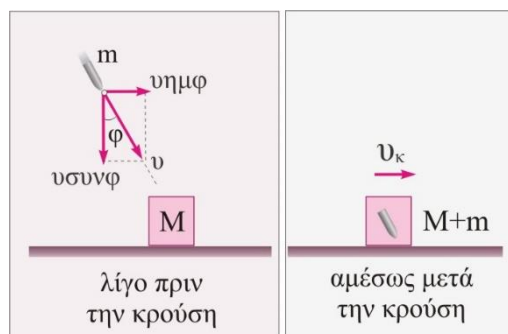
**B1.**

Σωστή επιλογή είναι η (α).

Η ορμή διατηρείται για το σύστημα m και M μόνο στον οριζόντιο άξονα, x.

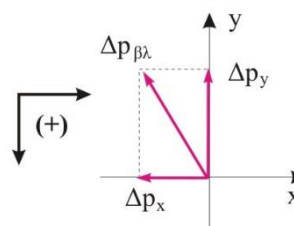
Έχουμε  $p_{\text{μπριν}} = p_{\text{μετά}}$  ή

$$m v \eta \mu \varphi = (M + m) v_{\kappa} \Rightarrow v_{\kappa} = \frac{m v \eta \mu \varphi}{M + m} \Rightarrow v_{\kappa} = \frac{v}{4}$$



Η μεταβολή της ορμής του βλήματος στον οριζόντιο άξονα, x, είναι:

$$\Delta p_x = m v_{\kappa} - m v \cdot \eta \mu \varphi = m \frac{v}{4} - m \frac{v}{2} \Rightarrow \Delta p_x = -m \frac{v}{4}$$



Η μεταβολή της ορμής του βλήματος στον κατακόρυφο άξονα, y, είναι:

$$\Delta p_y = 0 - m v \cdot \sigma \upsilon \nu \varphi = -m v \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta p_y = -m v \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Άρα, το μέτρο της μεταβολής της ορμής του βλήματος είναι

$$\Delta p = \sqrt{\Delta p_x^2 + \Delta p_y^2} = \sqrt{\left(-\frac{m v}{4}\right)^2 + \left(-\frac{m v \sqrt{3}}{2}\right)^2} = m v \cdot \sqrt{\frac{13}{16}} \Rightarrow \Delta p = m v \frac{\sqrt{13}}{4}.$$

**B2.** Σωστή επιλογή είναι η (γ).

Τα δύο τετραγωνικά πλαίσια φτιάχνονται από το ίδιο μήκος σύρματος,  $L$ . Το πρώτο πλαίσιο έχει  $N_1$  σπείρες, πλευράς  $a$  και περιμέτρου  $4a$ . Το δεύτερο έχει  $N_2$  σπείρες, πλευράς  $2a$  και περιμέτρου  $8a$ .

$$L = N_1 \cdot 4a = N_2 \cdot 8a \Rightarrow N_1 = 2N_2$$

Η επιφάνεια του πρώτου πλαισίου έχει εμβαδόν  $A_1 = a^2$  και του δεύτερου  $A_2 = (2a)^2 = 4a^2$ , επομένως  $A_2 = 4A_1$ .

Η μέση ισχύς που καταναλώνεται σε κάθε αντιστάτη δίνεται από τη σχέση

$$P = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R} = \frac{V^2}{2R} \Rightarrow P = \frac{(N \omega BA)^2}{2R}$$

Τα πλαίσια περιστρέφονται στο ίδιο μαγνητικό πεδίο με  $\omega_2 = 2\omega_1$ , επομένως η μέση ισχύς που αναπτύσσεται σε κάθε αντιστάτη είναι:

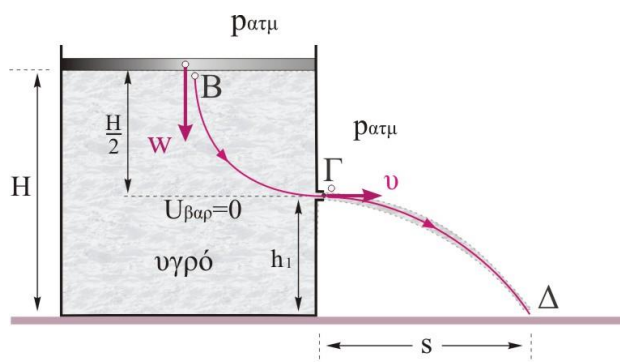
$$P_1 = \frac{(N_1 \omega_1 B A_1)^2}{2R},$$

$$P_2 = \frac{(N_2 \omega_2 B A_2)^2}{2 \cdot 2R} \frac{\left(\frac{N_1}{2} \cdot 2\omega_1 \cdot B \cdot 4A_1\right)^2}{2 \cdot 2R} = 8P_1 \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{8}$$

**B3.** Η σωστή επιλογή είναι το (β).

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Βερνούλλι για μια ρευματική γραμμή του υγρού που ξεκινάει από το σημείο Β (σημείο του υγρού που είναι σε επαφή με το έμβολο) μέχρι το Γ που είναι το σημείο εξόδου της ρευματικής γραμμής από την οπή στην ατμόσφαιρα. Η ελεύθερη επιφάνεια του εμβόλου είναι πολύ μεγαλύτερη αυτής της οπής, οπότε το έμβολο θεωρείται ακίνητο.

Θεωρούμε σαν οριζόντιο επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας αυτό που διέρχεται από την οπή.



Εξίσωση Βερνούλλι από το Β στο Γ:

$$p_B + \rho g \frac{H}{2} = \frac{1}{2} \rho w^2 + p_{\alpha\tau\mu} \quad (1) \quad \text{όπου} \quad p_B = \frac{w}{A} + p_{\alpha\tau\mu} \quad (2)$$

Επίσης, το βάρος του υγρού δίνεται από τη σχέση

$$w = m_{\nu\gamma\rho} \cdot g = \rho V \cdot g = \rho A H g \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις (1) , (2) , (3) παίρνουμε

$$\frac{\rho g A H}{A} + p_{\alpha\tau\mu} + \rho g \frac{H}{2} + = \frac{1}{2} \rho v^2 + p_{\alpha\tau\mu} \Rightarrow 3g \frac{H}{2} = \frac{v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{3gH}$$

Από το Γ στο Δ η φλέβα του υγρού εκτελεί οριζόντια βολή.

Στον οριζόντιο άξονα ισχύει  $s = v t$  , (4) όπου

$$t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \frac{H}{2}}{g}} = \sqrt{\frac{H}{g}}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (4) παίρνουμε:

$$s = \sqrt{3gH} \cdot \sqrt{\frac{H}{g}} \Rightarrow s = H \sqrt{3}$$

**B4.** Η σωστή επιλογή είναι το (α).

Ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί, επειδή εκτός του βάρους του ασκείται σε αυτόν και η δύναμη Laplace η οποία έχει φορά προς τα επάνω ( βλέπε σχήμα) και μέτρο

$$|F_L| = mg \Rightarrow B_2 IL = mg \Rightarrow m = \frac{B_2 IL}{g} \quad (1)$$

όπου  $I$  είναι το επαγωγικό ρεύμα που δημιουργείται στο κύκλωμα λόγω της μεταβολής της μαγνητικής ροής που εμφανίζεται στο σωληνοειδές.

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου  $B_1$  μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση  $B_1 = \lambda t$  επομένως έχουμε

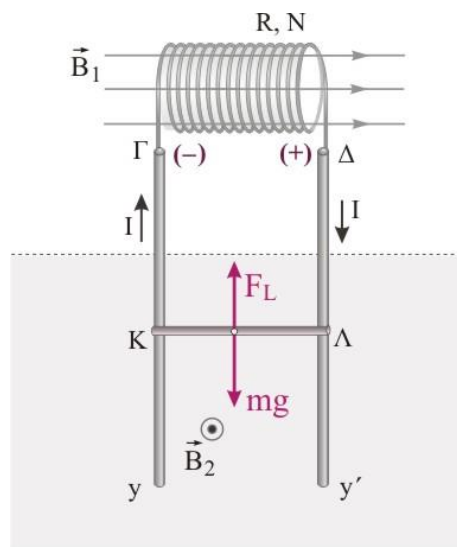
$$\frac{dB_1}{dt} = \lambda \quad (2)$$

Αν  $A$  είναι το εμβαδόν κάθε σπείρας του σωληνοειδούς, η επαγωγική τάση  $E_{\varepsilon\pi}$  που αναπτύσσεται στα άκρα του είναι

$$|E_{\varepsilon\pi}| = N \frac{d\Phi_{\Sigma}}{dt} = N \frac{dB_1}{dt} A \xrightarrow{(2)} |E_{\varepsilon\pi}| = N \lambda A$$

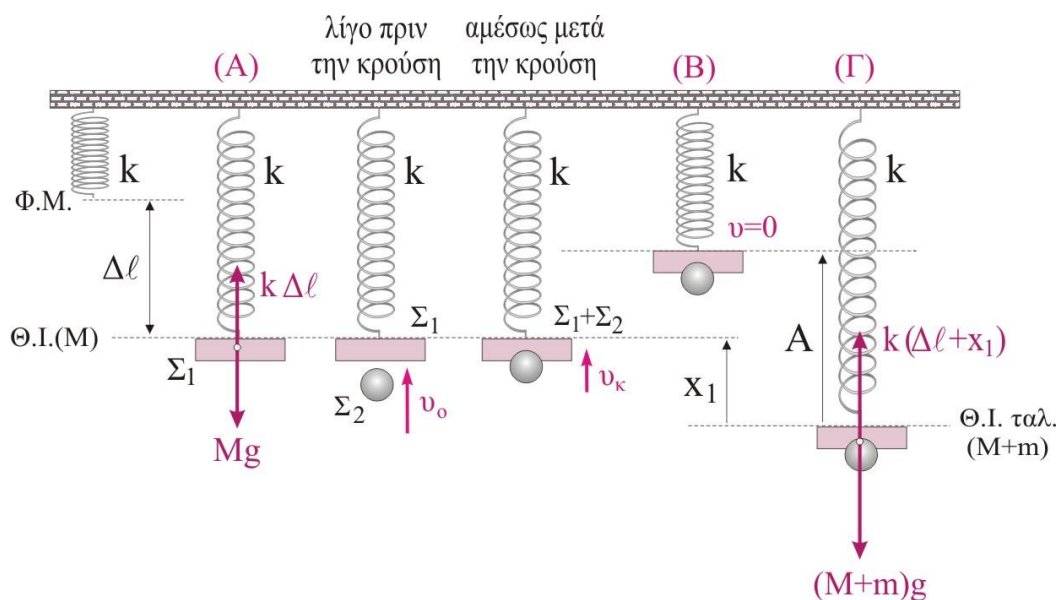
$$\text{Επομένως το επαγωγικό ρεύμα είναι : } I = \frac{|E_{\varepsilon\pi}|}{R_{\sigma\lambda}} = \frac{N \lambda A}{2R} \quad , \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις (1) , (3) παίρνουμε



$$m = \frac{B_2 \frac{N \lambda A}{2R} L}{g} = \frac{B_2 N \lambda A L}{2Rg}$$

### ΘΕΜΑ Γ



Γ1.

Από το διάγραμμα απομάκρυνσης - χρόνου παρατηρούμε ότι αμέσως μετά την πλαστική κρούση, το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση  $x_1=0,1\text{m}$  από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

Στη θέση ισορροπίας του  $\Sigma_1$  (θέση A) η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν, επομένως

$$Mg = k \cdot \Delta \ell, \quad (1)$$

Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του συσσωματώματος (θέση Γ) η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν, επομένως

$$(M + m)g = k \cdot (\Delta \ell + x_1) \Rightarrow Mg + mg = k \Delta \ell + k x_1 \xrightarrow{(1)} m = \frac{kx_1}{g} = \frac{100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,1\text{m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow m = 1\text{kg}$$

Γ2. Από το διάγραμμα απομάκρυνσης - χρόνου συμπεραίνουμε ότι το χρονικό διάστημα

$\frac{4\pi}{15}\text{s} - \frac{\pi}{15}\text{s}$  αντιστοιχεί σε μισή περίοδο, άρα η περίοδος της ταλάντωσης είναι:

$$T = \frac{2\pi}{5}\text{s}$$

Όμως,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M+m}{k}} \Rightarrow M+m = \frac{T^2 k}{4\pi^2} = \frac{\left(\frac{2\pi}{5} s\right)^2 \cdot 100 \frac{N}{m}}{4\pi^2} \Rightarrow M+m = 4 kg \Rightarrow M = 3 kg$$

**Γ3.** Με εφαρμογή της ΑΔΟ ελάχιστα πριν και αμέσως μετά την πλαστική κρούση για το σύστημα των  $\Sigma_1, \Sigma_2$ , έχουμε:

$$p_{\text{πριν}} = p_{\text{μετά}} \Rightarrow m v_o = (M+m) v_k, \quad (1)$$

Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος,  $v_k$ , θα εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης ενέργειας της ταλάντωσης μεταξύ των θέσεων (Α), αμέσως μετά την κρούση και (Β), όπου το συσσωμάτωμα δεν έχει κινητική ενέργεια και έχει φτάσει στην ψηλότερη θέση της ταλάντωσής του.

$$E_{\text{ταλ}}^{(A)} = E_{\text{ταλ}}^{(B)} \Rightarrow \frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2} (M+m) v_k^2 = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow$$

$$v_k = \sqrt{\frac{k(A^2 - x_1^2)}{M+m}} = \sqrt{\frac{\left(100 \frac{N}{m}\right) \left((0,2 m)^2 - (0,1 m)^2\right)}{4 kg}} \Rightarrow v_k = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{m}{s}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$v_o = \frac{(M+m) v_k}{m} = \frac{4 kg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{m}{s}}{1 kg} \Rightarrow v_o = 2\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

**Γ4.** Το έργο της δύναμης του ελατηρίου κατά τη μετακίνηση του σώματος από τη θέση (Α) στη θέση (Δ) που βρίσκεται το συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή  $\frac{3\pi}{15} s$  δίνεται από τη σχέση

$$W_{F_{\text{ελ}}(A \rightarrow \Delta)} = U_A - U_\Delta = \frac{1}{2} k x_A^2 - \frac{1}{2} k x_\Delta^2 \quad (2)$$

όπου  $x_A, x_\Delta$  είναι οι επιμηκύνσεις του ελατηρίου από το φυσικό μήκος του.

Στη θέση (Α) η απόσταση του συσσωματώματος από το φυσικό μήκος του ελατηρίου είναι

$$x_A = \Delta^\ell = \frac{Mg}{k} = \frac{3 kg \cdot 10 m/s^2}{100 N/m} \Rightarrow \Delta^\ell = 0,3 m.$$

Για να βρούμε τη θέση του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή  $\frac{3\pi}{15} s$  πρέπει να βρούμε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε σχέση με τον χρόνο.

Η γενική εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι:

$$x = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0)$$

Από το διάγραμμα απομάκρυνσης - χρόνου έχουμε ότι το πλάτος της ταλάντωσης είναι  $A=0,2m$

και η περίοδος  $T = \frac{2\pi}{5} s$ , άρα η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5} s} \Rightarrow \omega = 5 \frac{rad}{s}$$

Από το διάγραμμα απομάκρυνσης - χρόνου βλέπουμε ότι την  $t=0$  το συσσωμάτωμα έχει απομάκρυνση  $x_1=0,1m$ . Επομένως

$$0,1 = 0,2 \cdot \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \frac{1}{2} = \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \eta \mu \frac{\pi}{6} = \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \begin{aligned} \varphi_0 &= \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \varphi_0 &= \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{aligned}$$

Επειδή  $0 < \varphi_0 < 2\pi$ , η παραπάνω τριγωνομετρική εξίσωση δίνει τις λύσεις  $\varphi_0 = \pi/6$  ( $u > 0$ ) και  $\varphi_0 = 5\pi/6$  ( $u < 0$ ). Θα δεχθούμε τη λύση  $\varphi_0 = \pi/6$ , γιατί από το διάγραμμα  $x-t$  παρατηρούμε ότι η κλίση της γραφικής παράστασης τη χρονική στιγμή  $t=0$  είναι θετική, δηλαδή το σώμα κινείται προς τα θετικά (θετική ταχύτητα).

Άρα, η εξίσωση της απομάκρυνσης σε σχέση με τον χρόνο είναι

$$x = 0,2 \cdot \eta \mu \left( 5t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ (SI)}$$

Με αντικατάσταση του  $t=3\pi/15 s$  προκύπτει:

$$x = 0,2 \cdot \eta \mu \left( 5 \frac{3\pi}{15} + \frac{\pi}{6} \right) = 0,2 \cdot \eta \mu \left( \frac{7\pi}{6} \right) \Rightarrow x = -0,1m$$

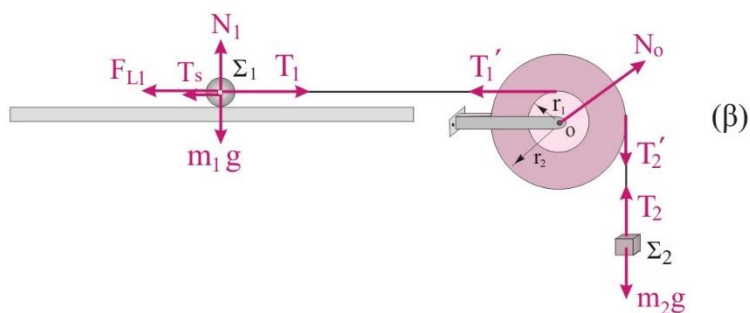
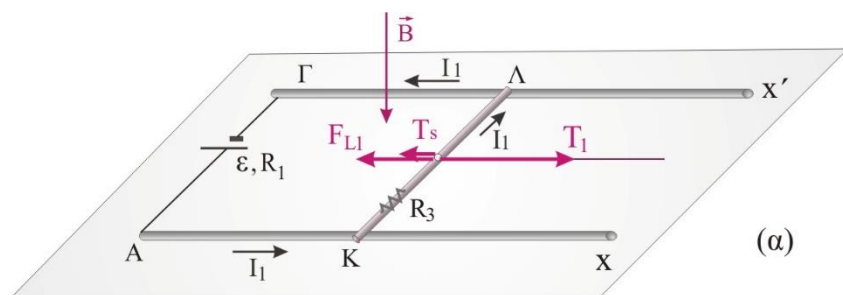
Άρα τη στιγμή  $3\pi/15 s$  το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε θέση που το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί από το φυσικό του μήκος κατά  $0,5 m$ .

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) προκύπτει:

$$W_{Fελ(A \rightarrow \Delta)} = \frac{1}{2} \cdot 100 \frac{N}{m} \cdot (0,3m)^2 - \frac{1}{2} \cdot 100 \frac{N}{m} \cdot (0,5m)^2 \Rightarrow W_{Fελ(A \rightarrow \Delta)} = -8 J$$

## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Με τον μεταγωγό στη θέση Z, η πηγή δημιουργεί ρεύμα στο κλειστό κύκλωμα ΑΚΛΓΑ και αναπτύσσεται στη ράβδο ΚΛ δύναμη Laplace  $F_{L1}$  η οποία σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων έχει φορά οριζόντια προς τα αριστερά. Επίσης, στον αγωγό ΚΛ ασκούνται η τάση του νήματος  $T_1$ , με φορά προς τα δεξιά και η τριβή λόγω των οριζόντιων αγωγών Αx και Γx', με φορά προς τα αριστερά. Στο σχήμα (α) δείχνονται το κύκλωμα και οι οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο, ενώ στο σχήμα (β) δείχνονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο ΚΛ, στην τροχαλία και στο  $\Sigma_2$ .



Λόγω της ισορροπίας του  $\Sigma_2$  έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 - m_2 g = 0 \Rightarrow T_2 = 5 \text{ N}$$

Για την τροχαλία, εφαρμόζοντας ροπές ως προς το κέντρο της Ο έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_1' \cdot r_1 - T_2' \cdot r_2 = 0 \Rightarrow T_1' = 10 \text{ N}$$

Επειδή τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά ισχύει

$$T_1 = T_1' = 10 \text{ N} \quad , \quad T_2 = T_2' = 5 \text{ N}$$

Λόγω της οριακής ισορροπίας της ράβδου ΚΛ έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 - F_{L1} - T_s = 0 \quad (1)$$

Η οριακή τριβή δίνεται από τη σχέση

$$T_s = \mu_s \cdot N_1 = \mu_s \cdot m_1 g = 0,5 \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow T_s = 1 \text{ N}$$

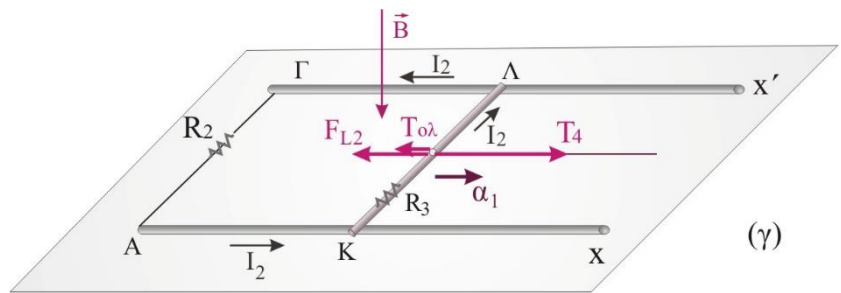
Από τη σχέση (1) με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$F_{L1} = T_1 - T_s = 10 \text{ N} - 1 \text{ N} \Rightarrow F_{L1} = 9 \text{ N}$$

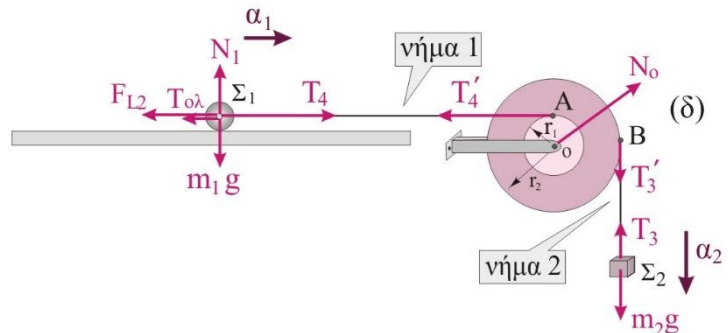
Το μέτρο της δύναμης Laplace δίνεται από τη σχέση

$$F_{L1} = B \cdot I_1 \cdot L = B \cdot \frac{\varepsilon}{R_1 + R_3} \cdot L \Rightarrow R_3 = \frac{B \varepsilon L}{F_{L1}} - R_1 = \frac{2 \text{ T} \cdot 9 \text{ V} \cdot 1 \text{ m}}{9 \text{ N}} - 1 \Omega \Rightarrow R_3 = 1 \Omega$$

**Δ2.** Όταν φέρουμε τον μεταγωγό στη θέση E, τα άκρα A, Γ συνδέονται με τον αντιστάτη  $R_2$ , το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα της ράβδου καταργείται στιγμιαία, η δύναμη Laplace  $F_{L1}$  μηδενίζεται, οπότε η ράβδος ΚΛ κινείται προς τα δεξιά.



Στο σχήμα (γ) δείχνονται το κύκλωμα και οι οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο, ενώ στο σχήμα (δ) δείχνονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο ΚΛ, στην τροχαλία και στο  $\Sigma_2$  κατά την επιταχυνόμενη κίνηση.



Το  $\Sigma_2$  κατέρχεται με επιτάχυνση μέτρου  $a_2$ , επομένως εφαρμόζοντας τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα σε αυτό έχουμε:

$$\Sigma F = m_2 \cdot a_2 \Rightarrow m_2 g - T_3 = m_2 \cdot a_2 \Rightarrow T_3 = m_2 g - m_2 \cdot a_2 = 5 \text{ N} - 0,5 \text{ kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow T_3 = 4 \text{ N}$$

Για την τροχαλία, σύμφωνα με την εκφώνηση, κάθε στιγμή ισχύει ότι  $\Sigma \tau_{(O)} = 0$ , άρα

$$T_4' \cdot r_1 - T_3' \cdot r_2 = 0 \Rightarrow T_4' = 8 \text{ N}$$

Επειδή τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά ισχύει

$$T_3 = T_3' = 4 \text{ N} \quad , \quad T_4 = T_4' = 8 \text{ N} \quad .$$

Το  $\Sigma_2$  κατέρχεται με επιτάχυνση μέτρου  $a_2$  και η ράβδος κινείται προς τα δεξιά με επιτάχυνση μέτρου  $a_1$ . Οι δύο επιταχύνσεις είναι ίδιες με τις γραμμικές επιταχύνσεις των σημείων A και B των νημάτων 1 και 2 που είναι τυλιγμένα στη διπλή τροχαλία.

Για το σημείο A που είναι σημείο της μικρής περιφέρειας της τροχαλίας ισχύει

$$a_1 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot r_1$$

Για το σημείο B που είναι σημείο της μεγάλης περιφέρειας της τροχαλίας ισχύει

$$a_2 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot r_2$$

Διαιρώντας κατά μέλη έχουμε

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot r_1}{\alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot r_2} \Rightarrow a_1 = a_2 \frac{r_1}{r_2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα στη ράβδο ΚΛ.

$$\Sigma F = m_1 \cdot a_1 \Rightarrow T_4 - T_{o\lambda} - F_{L2} = m_1 \cdot a_1 \Rightarrow F_{L2} = T_4 - T_{o\lambda} - m_1 \cdot a_1 \Rightarrow$$

$$F_{L2} = 8 \text{ N} - 1 \text{ N} - (0,2 \text{ kg}) \cdot \left(1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \Rightarrow F_{L2} = 6,8 \text{ N}$$

Η δύναμη Laplace δίνεται από τη σχέση



$$F_{L2} = B \cdot I_2 \cdot L \Rightarrow I_2 = \frac{F_{L2}}{B \cdot L} = \frac{6,8 N}{2 T \cdot 1 m} = 3,4 A$$

όπου  $I_2$  είναι το επαγωγικό ρεύμα που αναπτύσσεται στο κλειστό κύκλωμα ΑΓΛΚΑ, λόγω της μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από αυτό.

Επομένως, η τάση στα άκρα του αντιστάτη  $R_2$  είναι

$$V_2 = I_2 \cdot R_2 = (3,4 A) \cdot (1 \Omega) \Rightarrow V_2 = 3,4 V$$

**Δ3.** Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στη ράβδο, είναι:

$$\Sigma F = T - F_L - T_{o\lambda}$$

Η ράβδος θα εκτελέσει επιταχυνόμενη κίνηση. Η αύξηση της ταχύτητας θα προκαλέσει αύξηση της δύναμης Laplace, καθώς αυτή δίνεται από τη σχέση

$$F_L = B I L = B \frac{\left| \frac{d\Phi}{dt} \right|}{R_2 + R_3} L = B \frac{B v L}{R_2 + R_3} L$$

Άρα η συνισταμένη δύναμη διαρκώς μειώνεται και κάποια χρονική στιγμή θα γίνει ίση με μηδέν. Τότε η ράβδος θα αποκτήσει σταθερή (οριακή) ταχύτητα  $v_{\kappa\lambda}$ , κάνοντας στη συνέχεια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, όπως και το σώμα  $\Sigma_2$ . Επομένως και στο  $\Sigma_2$  και στη ράβδο θα έχουμε  $\Sigma F=0$ . Άρα επικρατούν οι ίδιες συνθήκες ισορροπίας όπως και στο ερώτημα Δ<sub>1</sub>, όπου τα σώματα ήταν ακίνητα. Επομένως,

$$T_2 = m_2 g = 5 N \text{ και } T_1 = 10 N$$

Για τη ράβδο ΚΛ ισχύει

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 - F_{L1} - T_{o\lambda} = 0 \Rightarrow F_{L1} = T_1 - T_{o\lambda} = 10 N - 1 N \Rightarrow F_{L1} = 9 N$$

Από τη δύναμη Laplace βρίσκουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ.

$$F_{L1} = B \cdot I_1 \cdot L \Rightarrow I_1 = \frac{F_{L1}}{B \cdot L} = \frac{9 N}{2 T \cdot 1 m} = 4,5 A$$

όπου  $I_1$  είναι το επαγωγικό ρεύμα που εμφανίζεται λόγω της μεταβολής της μαγνητικής ροής στο κλειστό πλαίσιο και είναι ίσο με

$$I_1 = \frac{\left| E_{\varepsilon\pi} \right|}{R_2 + R_3} = \frac{\left| \frac{d\Phi}{dt} \right|}{R_2 + R_3} = \frac{B \cdot v_{\kappa\lambda} \cdot L}{R_2 + R_3} \Rightarrow v_{\kappa\lambda} = \frac{I_1 (R_2 + R_3)}{B \cdot L} = \frac{4,5 A \cdot 2 \Omega}{2 T \cdot 1 m} \Rightarrow v_{\kappa\lambda} = 4,5 \frac{m}{s}$$

Η ράβδος κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_{\kappa\lambda} = 4,5 \frac{m}{s}$  και το  $\Sigma_2$  κατέρχεται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_{op}$ . Οι δύο ταχύτητες είναι ίδιες με τις γραμμικές ταχύτητες των σημείων A και B των νημάτων 1 και 2 που είναι τυλιγμένα στη διπλή τροχαλία.

Για το σημείο A που είναι σημείο της μικρής περιφέρειας της τροχαλίας ισχύει

$$v_{\kappa\lambda} = \omega \cdot r_1$$

Για το σημείο B που είναι σημείο της μεγάλης περιφέρειας της τροχαλίας ισχύει

$$v_{op} = \omega \cdot r_2$$

Διαιρώντας κατά μέλη έχουμε 
$$\frac{v_{\kappa\lambda}}{v_{op}} = \frac{\omega \cdot r_1}{\omega \cdot r_2} \Rightarrow v_{op} = v_{\kappa\lambda} \frac{r_2}{r_1} = 9 \frac{m}{s}$$

**Δ4.** Όταν το  $\Sigma_2$  κινείται με την οριακή του ταχύτητα, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η τροχαλία στροφική ομαλή.

Η μείωση της δυναμικής ενέργειας του  $\Sigma_2$  μετατρέπεται σε:

- i. θερμότητα στους αντιστάτες, που διαρρέονται από το επαγωγικό ρεύμα,
- ii. θερμότητα εξαιτίας της τριβής ολίσθησης πάνω στους μεταλλικούς οδηγούς.

Οι κινητικές ενέργειες της ράβδου και του  $\Sigma_2$  παραμένουν σταθερές, αφού η κίνηση γίνεται με σταθερή ταχύτητα.

Όταν η τροχαλία κάνει 9 στροφές, η γωνιακή της μετατόπιση θα είναι

$$\Delta \theta = N \cdot 2\pi = 18\pi \text{ rad}$$

Στη χρονική διάρκεια των 9 στροφών, η ράβδος μετακινήθηκε προς τα δεξιά κατά  $s_1$  και το  $\Sigma_2$  προς τα κάτω κατά  $s_2$ .

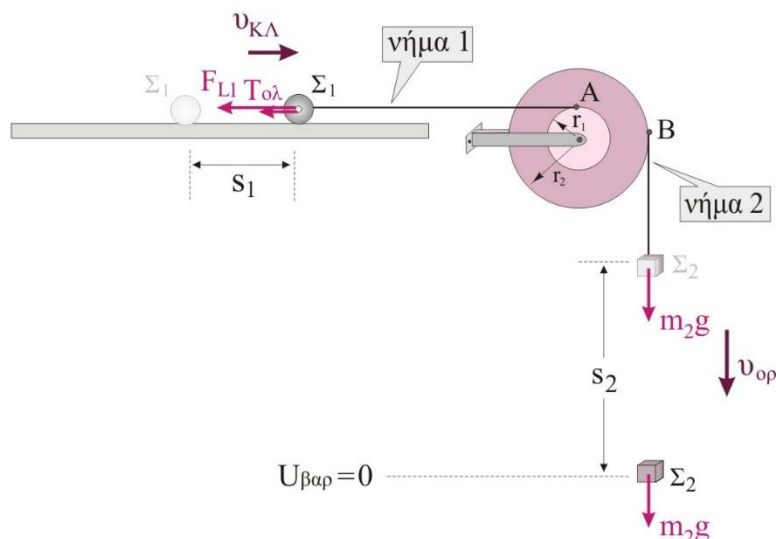
Για το  $s_1$  ισχύει:

$$s_1 = \Delta \theta \cdot r_1 = 18\pi \cdot 0,05 \text{ m} \Rightarrow s_1 = 0,9\pi \text{ m}$$

Για το  $s_2$  ισχύει:

$$s_2 = \Delta \theta \cdot r_2 = 18\pi \cdot 0,1 \text{ m} \Rightarrow s_2 = 1,8\pi \text{ m}$$

Η μεταβολή της βαρυτικής ενέργειας του  $\Sigma_2$  είναι



$$\Delta U = -m_2 g \cdot s_2 = -0,5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,8 \pi \text{ m} \Rightarrow \Delta U = -9 \pi \text{ J} .$$

Επειδή το επαγωγικό ρεύμα  $I_1$  είναι σταθερό, μπορούμε να βρούμε τη θερμότητα που εκλύεται από τους αντιστάτες με το νόμο του Joule.

$$Q_R = I_1^2 (R_2 + R_3) \Delta t \quad , \quad (1)$$

Πρέπει να βρούμε το χρονικό διάστημα  $\Delta t$ .

Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας δίνεται από τη σχέση

$$\omega = \frac{v_{\rho\rho}}{r_2} = \frac{9 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,1 \text{ m}} \Rightarrow \omega = 90 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Επομένως η τροχαλία κάνει 9 στροφές σε χρονικό διάστημα

$$\Delta t = \frac{\Delta \vartheta}{\omega} = \frac{18 \pi \text{ rad}}{90 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 0,2 \pi \text{ s}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε

$$Q_R = I_1^2 (R_2 + R_3) \Delta t = (4,5 \text{ A})^2 \cdot 2 \Omega \cdot 0,2 \pi \text{ s} \Rightarrow Q_R = 8,1 \pi \text{ J}$$

Η εκλυόμενη θερμότητα στους μεταλλικούς οδηγούς ισούται αριθμητικά με το έργο της τριβής ολίσθησης.

$$Q_{\tau\rho} = |W_{\tau}| = T_{\sigma\lambda} \cdot s_1 = 1 \text{ N} \cdot 0,9 \pi \text{ m} \Rightarrow Q_{\tau\rho} = 0,9 \pi \text{ J}$$

Από τα παραπάνω βλέπουμε ότι ισχύει  $|\Delta U_{\beta\alpha\rho}| = Q_R + Q_{\tau\rho}$ . Άρα ισχύει η αρχή της διατήρησης της ενέργειας.

**Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών.**

**Τα θέματα επιμελήθηκαν οι Βασίλειος Ιστάπολος, Γιάννης Κυριακόπουλος, Παναγιώτης Μπετσάκος, Ηλίας Ποντικός φυσικοί.**

**Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον Αντώνιο Παλόγο, φυσικό.**