
Διαγώνισμα Β Τάξης Ενιαίου Λυκείου

Κυριακή 8 Νοεμβρίου 2020

Φυσική Θετικού Προσανατολισμού

Μηχανική - 1ο μέρος

Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα Α

A.1 Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα v_0 από ύψος h απ' το έδαφος, ο χρόνος μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι $t_{ολ}$. Αν εκτοξευθεί από το ίδιο ύψος με αρχική ταχύτητα $v'_0 = 2v_0$, ο χρόνος μέχρι να φτάσει το σώμα στο έδαφος θα είναι ίσος με :

(β) $t_{ολ}$

A.2 Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου v_0 . Τη χρονική στιγμή που το μέτρο της οριζόντιας μετατόπισης του σώματος είναι διπλάσιο από το μέτρο της κατακόρυφης μετατόπισης του σώματος, το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της ταχύτητας του σώματος είναι :

(α) v_0

A.3 Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση πάνω σε ένα λείο δάπεδο, στερεωμένο στο άκρο ενός νήματος.

(δ) Η κεντρομόλος δύναμη είναι πάντα κάθετη στην γραμμική ταχύτητα και έχει την ίδια φορά με την κεντρομόλο επιτάχυνση.

A.4 Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και εκτελεί N περιστροφές σε χρονικό διάστημα Δt . Αν στο ίδιο χρονικό διάστημα εκτελούσε τις μισές περιστροφές τότε το μέτρο της συνισταμένης των ασκούμενων στο σώμα δυνάμεων:

(γ) θα υποτετραπλασιαζόνταν

A.5

(α) Σύμφωνα με την Αρχή της Επαλληλίας η Οριζόντια Βολή είναι το αποτέλεσμα δύο ταυτόχρονων κινήσεων που εκτελεί ένα σώμα. **Σωστό,**

(β) Η περίοδος περιφοράς της Γης γύρω από τον εαυτό της είναι ένα έτος. **Λάθος,**

(γ) Στην ομαλή κυκλική κίνηση, η κεντρομόλος επιτάχυνση εκφράζει την μεταβολή του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας. **Λάθος,**

(δ) Το βεληνεκές μιας οριζόντιας βολής είναι ανεξάρτητο της ταχύτητας βολής. **Λάθος,**

(ε) Το ηλεκτρόνιο ενός ατόμου Υδρογόνου περιστρέφεται γύρω από τον πυρήνα εξαιτίας της ηλεκτροστατικής έλξης από αυτόν. **Σωστό,**

Θέμα Β

B.1 Ένα αεροπλάνο κινείται οριζόντια με ταχύτητα v_0 . Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, αφήνει ένα βλήμα το οποίο φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα $v = v_0\sqrt{2}$. Αν το βλήμα είχε αρχική ταχύτητα $v_0\sqrt{3}$, θα έφτανε στο έδαφος με ταχύτητα:

(α) $2v_0$

Όταν το σώμα φτάνει στο έδαφος έχει ταχύτητα στον άξονα x ίση με $v_x = v_0$ αφού εκτελεί ΕΟΚ και στον άξονα y έχει ταχύτητα $v_y = gt$, αφού εκτελεί ελεύθερη πτώση. Όπου $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ο χρόνος πτώσης. Άρα και στις δύο περιπτώσεις, αφού το ύψος βολής είναι το ίδιο η κατακόρυφη συνιστώσα της

ταχύτητας είναι η ίδια. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η ταχύτητα του σώματος θα είναι:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\text{Για την πρώτη περίπτωση: } (v_o\sqrt{2})^2 = v_o^2 + v_y^2 \Rightarrow v_y = v_o$$

$$\text{Για την δεύτερη περίπτωση: } v^2 = (v_o\sqrt{3})^2 + v_y^2 \Rightarrow v = 2v_o$$

B.2 Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h πάνω απ' το έδαφος με ταχύτητα v_o , και την στιγμή που φτάνει στο έδαφος το διάνυσμα της ταχύτητάς του σχηματίζει γωνία $\theta = 60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση.

Το βεληνεκές του σώματος είναι:

$$\text{(β)} \sqrt{3} \frac{v_o^2}{g}$$

Η γωνία ανάμεσα στην οριζόντια και την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας έχει εφαπτομένη $\epsilon\phi 60 = \frac{v_y}{v_x} = \sqrt{3} \Rightarrow v_y = \sqrt{3}v_x = v_o\sqrt{3}$. Το βεληνεκές θα είναι: $S = v_o t$

Ο χρόνος πτώσης t θα υπολογιστεί από $v_y = gt \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}v_o}{g}$. Άρα το

βεληνεκές θα είναι: $S = v_o \cdot \frac{\sqrt{3}v_o}{g}$

B.3 Δύο δρομείς Α και Β κινούνται ομόρροπα σε κυκλικό στίβο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες ω_1 και ω_2 αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει $\omega_1 > \omega_2$. Οι δρομείς ξεκινούν την χρονική στιγμή $t_o = 0$ από το ίδιο σημείο και χρονική στιγμή t_1 οι επιβατικές τους ακτίνες σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 90° για πρώτη φορά.

Αν οι δρομείς ξεκινούν από το ίδιο σημείο ταυτόχρονα με διπλάσιες γωνιακές ταχύτητες $\omega'_1 = 2\omega_1$ και $\omega'_2 = 2\omega_2$ τότε οι επιβατικές τους ακτίνες θα σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 90° για πρώτη φορά την χρονική στιγμή t_2 για την οποία ισχύει:

$$\text{(β)} t_1 = 2t_2$$

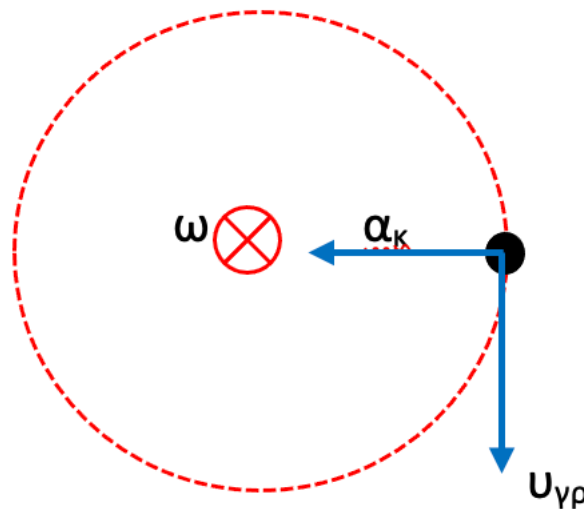
$$\text{Αρχικά έχουμε: } \theta_1 - \theta_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega_1 t_1 - \omega_2 t_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{\omega_1 - \omega_2}$$

$$\text{Αν οι ταχύτητες ήταν διπλάσιες: } t_2 = \frac{\pi}{2\omega_1 - 2\omega_2} = \frac{t_1}{2}$$

Θέμα Γ

Ένας "Μετεωρολογικός Δορυφόρος" μάζας $m = 1000\text{kg}$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση κατά την θετική φορά περιστροφής ευρισκόμενος σε τροχιά γύρω από την Γη. Η ακτίνα της τροχιάς του είναι $R = 2R_o$, όπου $R_o = 6400\text{km}$ η ακτίνα της γης. Τέλος σας δίνεται ότι κάθε 2 ώρες διέρχεται πάνω από τον βόρειο πόλο .

Γ.1 Να σχεδιάσετε σε ένα σχήμα την γραμμική ταχύτητα, την γωνιακή ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση του δορυφόρου.



Γ.2 Να υπολογίσετε την γραμμική και την γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου.

Από την εκφώνηση προκύπτει ότι η περίοδος περιστροφής του δορυφόρου θα είναι 2 ώρες

$$v_{\gamma\rho} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 6400}{2 \cdot 3600} = \frac{32\pi}{9} \text{ m/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2 \cdot 3600} = \frac{\pi}{3600} \text{ rad/s}$$

Γ.3 Αν την $t_o = 0$ διέρχεται από τον βόρειο πόλο σε ποια χρονική στιγμή θα διέρχεται πρώτη φορά πάνω από τον ισημερινό ;

Θα πρέπει να έχει διανύσει ένα τεταρτοκύκλιο, δηλαδή γωνία 90° , άρα :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{3600}} = \frac{T}{4} = 0,5h = 30min$$

Γ.4 Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κατεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου.

$$\alpha_k = \omega^2 \cdot R = \left(\frac{\pi}{3600}\right)^2 2 \cdot 6400 = \frac{8\pi^2}{8100} m/s^2$$

Γ.5 Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται ο δορυφόρος από το κέντρο της γης, θεωρώντας ότι είναι η μοναδική δύναμη που δέχεται κατά την κίνηση του.

$$\Sigma F = m\alpha_k = 10^3 \cdot \frac{8\pi^2}{8100} = \frac{80\pi^2}{81} N$$

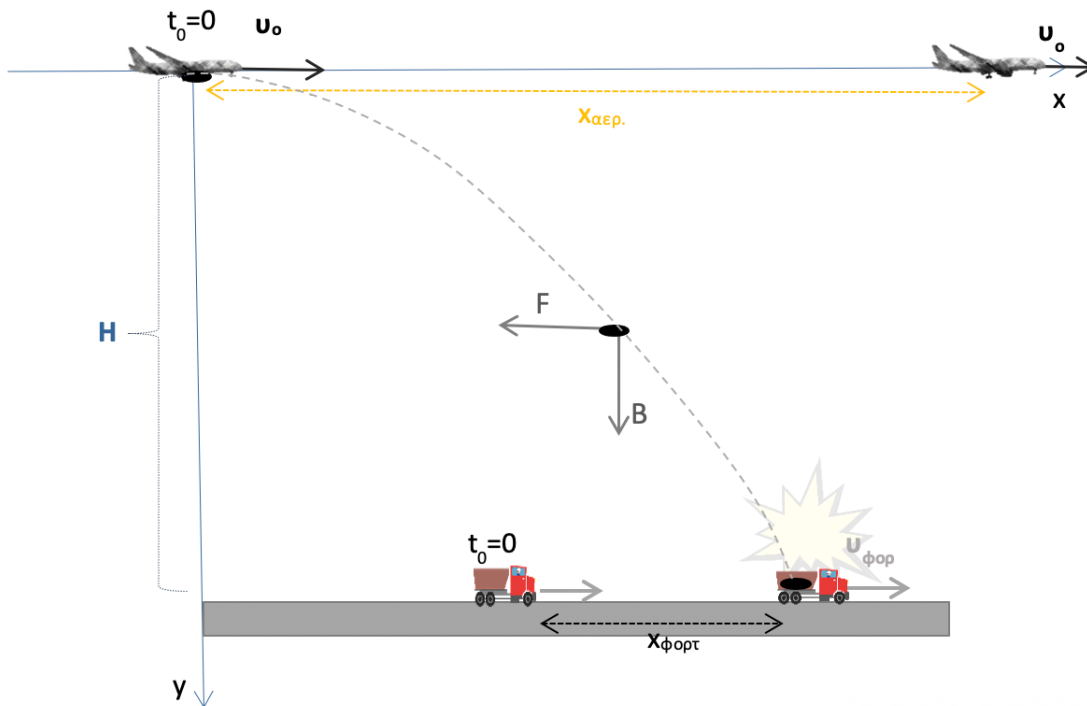
Θέμα Δ

Αεροπλάνο κινείται σε ύψος $H = 500m$ με σταθερή οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_o = 100m/s$, ένα φορτηγό κινείται στην ίδια κατεύθυνση και στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με το αεροπλάνο, με σταθερή ταχύτητα $v_{φορ} = 30m/s$.

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ στην οποία θεωρούμε ότι βρίσκεται στην αρχή μέτρησης των αποστάσεων O , αφήνει βόμβα μάζας $m = 20kg$, η οποία πέφτει στο φορτηγό. Στη βόμβα ασκείται κατά την κίνηση της σταθερή οριζόντια δύναμη απ' τον αέρα μέτρου $F = 40N$.

Δ.1 Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 στην οποία η βόμβα θα πέσει στο φορτηγό.

Η βόμβα θα πέσει στο φορτηγό όταν φτάσει στο έδαφος δηλαδή όταν διανύσει κατακόρυφα $y = H$. Αφού η μόνη κατακόρυφη δύναμη που



δέχεται κατά την κίνηση της είναι το βάρος θα εκτελεί στον κατακόρυφο άξονα ελεύθερη πτώση. Άρα $y = H = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = 10s$

Δ.2 Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει η βόμβα στο φορτηγό.

Η βόμβα κάνει σύνθετη κίνηση, άρα η ταχύτητα της την χρονική στιγμή t_1 θα είναι $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. Στον κατακόρυφο άξονα που εκτελεί ελεύθερη πτώση η ταχύτητα θα είναι $v_y = gt_1 = 100m/s$.

Για τον οριζόντιο άξονα έχουμε:

$$\Sigma F_x = F = m\alpha \Rightarrow \alpha = 2m/s^2$$

Το σώμα στον οριζόντιο άξονα επιβραδύνεται ομαλά και όταν φτάνει στο έδαφος έχει ταχύτητα $v_x = v_0 - \alpha t_1 = 80m/s$

Η ζητούμενη ταχύτητα θα είναι $v = \sqrt{100^2 + 80^2}m/s$

Δ.3 Να προσδιοριστεί η θέση του αεροπλάνου τη στιγμή που η βόμβα χτυπάει το φορτηγό.

Το αεροπλάνο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, άρα η θέση του θα είναι: $x_\alpha = v_\alpha t_1 = 1000m$

- Δ.4** Πόση είναι η απόσταση του φορτηγού απ' την αρχή των αξόνων Ο τη χρονική στιγμή $t_o = 0$.

Το φορτηγό την χρονική στιγμή $t_o = 0$ έχει οριζόντια απόσταση d από την αρχή των αξόνων και κατακόρυφη απόσταση H . Την χρονική στιγμή t_1 το φορτηγό που θα συναντηθεί με την βόμβα, άρα θα έχουν την ίδια θέση στον οριζόντιο άξονα Ox .

$$x_\phi = x \Rightarrow d + v_\phi t_1 = v_\alpha t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow d = 600m$$

Η ζητούμενη απόσταση θα είναι: $S = \sqrt{d^2 + H^2} = \sqrt{600^2 + 500^2}m$.
(Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο που σχηματίζεται.)

- Δ.5** Να βρεθεί το χρονικό διάστημα Δt μετά την έκρηξη, στο οποίο ο ήχος θα φτάσει στο αυτί του πιλότου, αν σας είναι γνωστό ότι η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα είναι σταθερή και ίση με $340m/s$

Την στιγμή που έγινε η έκρηξη το αεροπλάνο έχει μετατοπιστεί οριζόντια $1000m$ και η βόμβα $900m$. Ο ήχος μετά την έκρηξη και σε διάστημα Δt θα φτάσει τον πιλότο αφού διανύσει μια διαδρομή $S = v_{\eta\chi} \Delta t$ που ενώνει το σημείο της έκρηξης με το σημείο που θα έχει φτάσει το αεροπλάνο στον ίδιο χρόνο. Η διαδρομή αυτή είναι υποτεινούσα ενός ορθογωνίου τριγώνου με κατάκόρυφη πλευρά H και οριζόντια $1000 - 900 + v_\alpha \Delta t$. Από το πυθαγόρειο θεώρημα θα προκύψει η σχέση για την εύρεση του χρόνου Δt

$$(v_{\eta\chi} \Delta t)^2 = (100 + v_\alpha \Delta t)^2 + H^2 \Rightarrow \Delta t = \dots sec$$

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$. **Να θεωρήσετε ότι:**
 $\sqrt{2,36742424} = 1,54$ και $\sqrt{740000} = 860,23$