

---

# Διαγώνισμα Α Τάξης Ενιαίου Λυκείου

## Έργο - Ενέργεια Μέρος Ι

Ενδεικτικές Λύσεις  
Κυριακή 10 Μάη 2020

---

### Θέμα Α

**A.1** Το έργο μιας δύναμης που ασκείται σ ένα σώμα :

**(δ)** είναι θετικό όταν η κίνηση του σώματος είναι οριζόντια και η δύναμη οριζόντια ίδιας διεύθυνσης με την ταχύτητα του σώματος.

**A.2** Το έργο της τριβής ολίσθησης είναι αρνητικό όταν :

**(δ)** σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις

**A.3** Όταν διπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητας ενός σώματος τότε η κινητική του ενέργεια :

**(γ)** τετραπλασιάζεται

**A.4** Έλκθηρο με τάρανδους κινείται ευθύγραμμα με σταθερή κατεύθυνση σε μια οριζόντια επιφάνεια διανύοντας σε ίσους χρόνους ίσες αποστάσεις.

**(γ)** Η προσφερόμενη από τους τάρανδους ενέργεια στο ελκθήρου, θα μετατρέπεται σε θερμότητα που εξαιτίας των τριβών ολίσθησης που αναπτύσσονται κατά την κίνηση.

**A.5**

- (α) Όταν ένα σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η κινητική του ενέργεια παραμένει σταθερή. **Σωστό**
- (β) Το έργο της στατικής τριβής είναι πάντοτε ίσο με το έργο της τριβής ολίσθησης. **Λάθος**
- (γ) Το έργο μιας δύναμης είναι μονόμετρο μέγεθος. **Σωστό**
- (δ) Το έργο μιας δύναμης είναι ανεξάρτητο της κατεύθυνσης της. **Λάθος**
- (ε) Όταν ένας αθλητής της άρσης βαρών ανυψώνει με σταθερή ταχύτητα σε ύψος  $h$  μπάρα βάρους  $h$ , τότε η ενέργεια που καταναλώνει είναι ίση με  $w \cdot h$  **Σωστό**

**Θέμα Β**

**B.1** Σ' ένα αρχικά ακίνητο σώμα που βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ . Όταν το σώμα μετατοπιστεί κατά  $x$ , η κινητική του ενέργεια είναι ίση με  $K$ .

Όταν το σώμα μετατοπιστεί επιπλέον κατά  $3x$ , η κινητική του ενέργεια είναι ίση με:

(γ)  $4K$

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την πρώτη περίπτωση και έχω  $\Delta K = K - 0 = Fx$ . Για επιπλέον μετατόπιση κατά  $3x$ , εφαρμόζοντας πάλι το ΘΜΚΕ θα έχω  $\Delta K = F(x + 3x) = F4x \Rightarrow K' = 4K$

Είναι προφανές ότι το έργο των δυνάμεων του βάρους και της κάθετης αντίδρασης του δαπέδου είναι μηδέν, αφού είναι κάθετες στην κίνηση.

**B.2** Ένας μαθητής σπρώχνει θρανίο μάζας  $m$  πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, ασκώντας σ' αυτό οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου. Το θρανίο κινείται με σταθερή ταχύτητα και μετατοπίζεται κατά  $\Delta x$ . Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του δαπέδου και του θρανίου είναι  $\mu$  και η επιτάχυνση

της βαρύτητας  $g$ , η ενέργεια που μεταφέρεται από τον μαθητή στο θρανίο είναι ίση με:

$$\text{(γ)} \mu mg \Delta x$$

Για την κίνηση ισχύει  $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg$  και  $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F = T = \mu N$

Η προσφερόμενη ενέργεια στο σώμα θα είναι ίση με το έργο της δύναμης  $F$  και αφού η ταχύτητα παραμένει σταθερή η μεταβολή της κινητικής ενέργειας θα είναι μηδέν. Άρα εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ:

$$\Delta K = \Sigma W = 0 \Rightarrow W_F + W_T = 0 \Rightarrow W_F - Tx = 0 \Rightarrow W_F = \mu mg \Delta x$$

**B.3** Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\phi$  ύψους  $H$  αφήνεται να πέσει σώμα βάρους  $w$ . Η κινητική ενέργεια του σώματος την στιγμή που φτάνει στην βάση του κεκλιμένου θα είναι ίση με:

$$\text{(α)} wH$$

Κατά την κάθοδο του σώματος εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ με δεδομένο ότι έχει διανύσει μήκος  $\Delta x$  κατά μήκος του κεκλιμένου.

$$K - 0 = W_{w_x} + W_{w_y} + W_N = w_x \Delta x = w \eta \mu \phi \Delta x$$

Για το ορθογώνιο τρίγωνο που ορίζεται από το κεκλιμένο έχουμε ότι

$$\eta \mu \phi = \frac{H}{\Delta x} \Rightarrow H = \Delta x \eta \mu \phi$$

## Θέμα Γ

Ένα κουτί σχήματος κύβου με μάζα  $m$  είναι αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Στον κύβο ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  οπότε αυτός αρχίζει να κινείται στο οριζόντιο δάπεδο. Κατά τη κίνηση του κύβου ασκείται σε αυτόν τριβή μέτρου  $T = 10N$ . Μετά από μετατόπιση κατά  $\Delta x = 5m$  στο οριζόντιο δάπεδο ο κύβος κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v = 2m/s$ . Το έργο της  $\vec{F}$  στην παραπάνω μετατόπιση είναι  $W_F = 60J$ .

**Γ.1** Να υπολογίσετε το έργο της τριβής στη παραπάνω μετατόπιση.

$$W_T = -T\Delta x = -50\text{Joule}$$

**Γ.2** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .

$$W_F = F\Delta x \Rightarrow F = 12\text{N}$$

**Γ.3** Να υπολογίσετε τη μάζα του κύβου.

*Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την παραπάνω μετακίνηση*

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = W_F + W_N + W_T \Rightarrow m = 5\text{kg}$$

**Γ.4** Ποιο πρέπει να είναι το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκηθεί στον ίδιο αρχικά ακίνητο κύβο ώστε να αποκτήσει κινητική ενέργεια  $K = 20\text{J}$  μετά από μετατόπιση κατά  $\Delta x = 5\text{m}$ ;

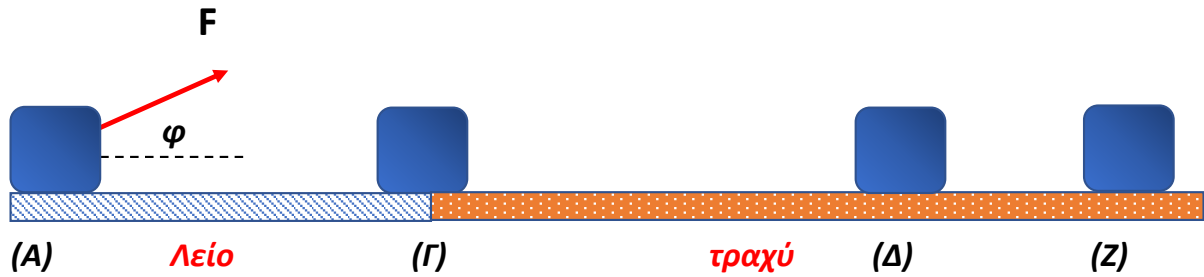
*Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την παραπάνω μετακίνηση*

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = W_{F'} + W_N + W_T \Rightarrow 20 - 0 = F'\Delta x + W_T \Rightarrow F' = 14\text{N}$$

## Θέμα Δ

Ένα κιβώτιο μάζας  $m = 2\text{kg}$  αρχικά ηρεμεί σε σημείο (Α) λείου οριζώντιου δαπέδου. Την  $t_0 = 0$  δέχεται δύναμη  $\vec{F}$  της οποίας η διεύθυνση σχηματίζει γωνία  $\phi$  με το οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνεται στο σχήμα. Αφού διανύσει  $8\text{m}$  φτάνει σε σημείο (Γ) και χωρίς να καταργηθεί η  $\vec{F}$  εισέρχεται με ταχύτητα μέτρου  $8\text{m/s}$  σε τραχύ τμήμα του δαπέδου με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$  κινούμενο με σταθερή κινητική ενέργεια για τα επόμενα  $12\text{m}$  μέχρι το σημείο (Δ).

Στο σημείο αυτό ακαριαία καταργείται η  $\vec{F}$  και το σώμα τελικά σταματάει σε σημείο (Ζ) του επιπέδου.



**Δ.1** Να υπολογίσετε την Κινητική ενέργεια του κιβωτίου στην θέση (Δ)

$$K_{\Delta} = K_{\Gamma} = \frac{1}{2}mv^2 = 64 \text{ Joule}$$

**Δ.2** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$

Για την κίνηση από Α έως Γ και την μετατόπιση  $\Delta x_1 = 8 \text{ m}$  εφαρμόζω το ΘΜΚΕ

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\Gamma} - 0 = F_x \Delta x_1 \Rightarrow K_{\Gamma} = F \sigma \nu \nu \phi \Delta x_1 \Rightarrow F = 10 \text{ N}$$

**Δ.3** Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο μέχρι να φτάσει στο σημείο (Δ), καθώς και την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης που αναπτύσσεται ανάμεσα στο κιβώτιο και στο τραχύ τμήμα του δαπέδου.

Για την κίνηση από Γ έως και Δ αφού η ταχύτητα θα είναι σταθερή θα έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + N - w = 0 \Rightarrow N = mg - F \eta \mu \phi = 14 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x - T = 0 \Rightarrow T = F \sigma \nu \nu \phi = 8 \text{ N}$$

Άρα για τον συντελεστή τριβής έχουμε:

$$T = \mu N \Rightarrow \mu = \frac{4}{7}$$

**Δ.4** Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το κιβώτιο από το σημείο (Δ) μέχρι το σημείο (Ζ).

*Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το τελευταίο τμήμα της κίνησης προσέχοντας ότι η τριβή έχει αλλιάξει αφού καταργήθηκε η  $F$ .  $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' = mg \Rightarrow T' = \mu N'$ . Το σώμα σταματάει αφού διανύσει  $\Delta x_3$ .*

$$0 - K_{\Delta} = -T\Delta x_3 = -\mu mg\Delta x_3 \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{28}{5} = 5,6m$$

**Δ.5** Να υπολογίσετε την συνολική ενέργεια που προσφέρθηκε στο κιβώτιο μέσω της δύναμης  $\vec{F}$ , καθώς και το ποσό της ενέργειας που έγινε θερμότητα και μεταφέρθηκε στο περιβάλλον εξαιτίας των τριβών. Γιατί το αποτέλεσμα σας είναι αναμενόμενο ;

*Η ενέργεια που προσφέρεται στο κιβώτιο μέσω είναι ίση με το συνολικό έργο της  $F$  για το διάστημα που ασκείται:*

$$E_{\text{προσφ}} = W_F = F_x(\Delta x_1 + \Delta x_2) = 8(8 + 12) = 160 \text{ Joule}$$

*Η θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον είναι ίση και απόλυτη τιμή με το έργο της τριβής:*

$$Q_{\theta} = | -T\Delta x_2 - T'\Delta x_3 | = 160J$$

*Το αποτέλεσμα είναι λογικό γιατί το σώμα τελικά σταματάει που σημαίνει ότι έχασε όλη την ενέργεια που του προσφέρθηκε για να ξεκινήσει την παραπάνω κίνηση.*

**Επιμέλεια : Μυριώ Κουρίνου, Δρ. Μιχάλης Καραδημητρίου**