# **Διαγώνισμα** *Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου*

# **Ηλεκτρομαγνητισμός - Ρευστά**

Ενδεικτικές Λύσεις

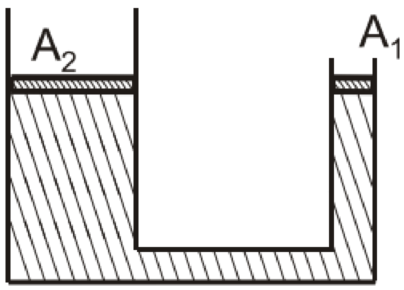
Κυριακή 1 Δεκέμβρη 2019

## Θέμα Α

**Α.1.** Η υδροστατική πίεση στον πυθμένα ανοιχτού δοχείου το οποίο περιέχει υγρό σε ισορροπία και βρίσκεται στην επιφάνεια της γης

**(α)** οφείλεται μόνο στο βάρος του υγρού που περιέχει το δοχείο.

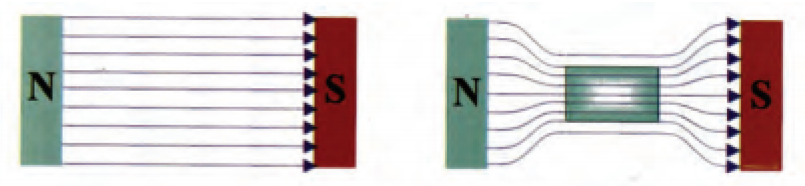
**Α.2.** Ένας υδραυλικός ανυψωτήρας της μορφής του σχήματος έχει δύο αβαρή έμβολα που μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές και περιέχει ιδανικό ασυμπίεστο υγρό. Το μικρό έμβολο έχει εμβαδόν εγκάρσιας διατομής $A_1$ και το μεγάλο έμβολο έχει εμβαδόν εγκάρσιας διατομής $A_2 = 3A_1$.




Αρχικά τα έμβολα βρίσκονται ακίνητα στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε δύναμη στο μικρό έμβολο και τη στιγμή που αυτό έχει κατέβει κατά $d_1$, το μεγάλο έμβολο έχει ανεβεί κατά $d_2$. Για τις αποστάσεις $d_1$ και $d_2$ ισχύει ότι:

**(γ)** $d_1 = 3d_2$

**Α.3.** Μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο του σχήματος τοποθετούμε πλακίδιο κατασκευασμένο από κατάλληλο υλικό, με συνέπεια να παραμορφώνονται οι μαγνητικές γραμμές όπως φαίνεται στο σχήμα.




**(δ)** Το πλακίδιο είναι κατασκευασμένο από υλικό πολύ μεγάλης μαγνητικής διαπερατότητας.

**Α.4.** Στα άκρα αντιστάτη αντίστασης $R$ εφαρμόζουμε εναλλασσόμενη τάση $\upsilon = V\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$. η Θερμότητα που εκλύεται από τον αντιστάτη σε χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{T}{2}$ θα είναι ίση με:

**(β)** $\frac{V^2T}{4R}$

**Α.5.**

**(α)** Όταν ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός είναι παράλληλος στις μαγνητικές γραμμές ενός Πεδίου, θα δέχεται και την μέγιστη δυνατή δύναμη από αυτό. **Λάθος**

**(β)** Το πλάτος του εναλλασσόμενου ρεύματος μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο. **Λάθος**

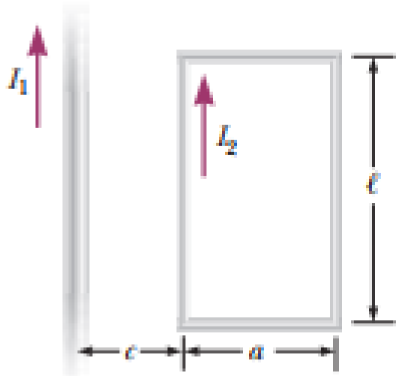
**(γ)** Ένα ασυμπίεστο ρευστό, που παρουσιάζει εσωτερικές τριβές και τριβές με τα τοιχώματα του σωλήνα μέσα στον οποίο ρέει , χαρακτηρίζεται ως ιδανικό. **Λάθος**

**(δ)** Η εξίσωση της συνέχειας ισχύει μόνο για ιδανικά ρευστά. **Λάθος**

**(ε)** Σύμφωνα με την αρχή του Pascal, η μεταβολή της πίεσης που προκαλείται σε κάποιο σημείο ενός περιορισμένου υγρού από κάποιο εξωτερικό αίτιο, μεταφέρεται αναλλοίωτη σε όλα τα σημεία του υγρού. **Σωστό**

# Θέμα Β

**Β.1.** Άπειρο ευθύγραμμο σύρμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_1$. Στο ίδιο επίπεδο με το σύρμα και σε απόσταση $c$ από αυτό βρίσκεται συρμάτινο ορθογώνιο πλαίσιο με πλευρές $\alpha$ και $l$ που διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_2$ όπως φαίνεται στο σχήμα.




Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το ορθογώνιο πλαίσιο την παραπάνω χρονική στιγμή θα έχει μέτρο:

**(β)** $\dfrac{2k_\mu I_1 I_2 l\alpha}{c(c+\alpha)}$

*Ο ευθύγραμμος αγωγός δημιουργεί στην περιοχή γύρω του μαγνητικό πεδίο κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, το οποίο στην περιοχή που βρίσκεται το πλαίσιο έχει φορά προς τα μέσα. Το μέτρο του πεδίου είναι μεταβλητό και εξαρτάται από την απόσταση $r$ από το σύρμα. $B = k_\mu \frac{2I_1}{r}$. Κάθε πλευρά θα δέχεται εξαιτίας του πεδίου δύναμη Laplace κάθετη σε αυτή και ομοεπίπεδη του πλαισίου, της οποίας η φορά προσδιορίζεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων.*

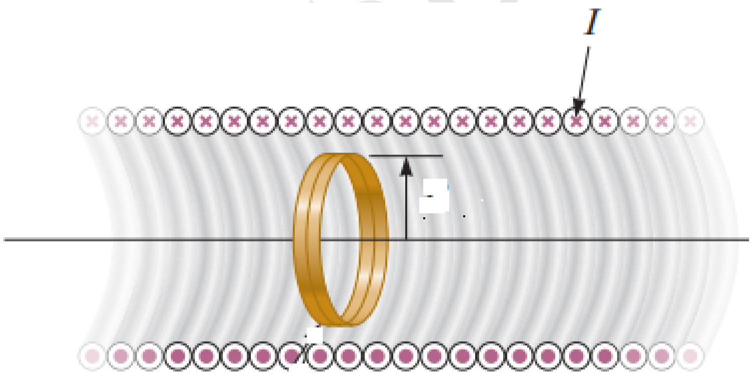
- Αριστερή πλευρά: $F_1 = B(r=c)I_2 l = k_\mu \frac{2I_1}{c} I_2 l$ με φορά προς τα αριστερά
- Δεξιά πλευρά: $F_2 = B(r=c+a)I_2 l = k_\mu \frac{2I_1}{c+a} I_2 l$ με φορά προς τα δεξιά

- Για κάθε στοιχειώδες τμήμα των πλευρών πάνω και κάτω που απέχει $r$ από το σύρμα έχουμε το ίδιο Μαγνητικό πεδίο, άρα και το ίδιο μέτρο δύναμης, αλλά με αντίθετη φορά, οπότε και θα αναιρούνται.

*Άρα για την συνισταμένη δύναμη θα έχουμε:*

$$\Sigma F = F_1 - F_2 = ....$$

**B.2.** Σωληνοειδές μεγάλου μήκους με πυκνότητα σπειρών $n$ και διάμετρο κάθε σπείρας $\Delta$ διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I$ που αυξάνεται με σταθερό ρυθμό $\lambda$ και φοράς που φαίνεται στο σχήμα. Στο εσωτερικό του σωληνοειδούς και ομοαξονικά με αυτό βρίσκεται συρμάτινο κυκλικό πλαίσιο N σπειρών και αντίστασης $R$ με διάμετρο $\delta = \dfrac{\Delta}{2}$.




**(1)** Το κυκλικό πλαίσιο θα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα του οποίου η φορά θα είναι:

**(β)** αντίθετη από την φορά του $I$

**(2)** Το κυκλικό πλαίσιο θα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα του οποίου η τιμή θα είναι:

**(α)** $\dfrac{k_\mu N n \pi^2 \lambda \Delta^2}{4R}$

*Στο εσωτερικό του πηνίου θα έχω μαγνητικό πεδίο παράλληλο στον άξονα του με φορά προς τα αριστερά. Το μέτρο του μαγνητικού πεδίου θα είναι ίσο με $B = 4\pi k_\mu n I$.Η ροή του μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς μέσα από μια σπείρα του συρμάτινου πλαισίου θα είναι ίση με $\Phi = BA = B\pi\left(\frac{\delta}{2}\right)^2$*

*Ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος $\left(\frac{dI}{dt} = \lambda\right)$ θα προκαλεί επαγωγική τάση στο πλαίσιο για την οποία έχουμε:*

$$E = -N\frac{d\Phi}{dt} = -N\pi\frac{\delta^2}{4}k_\mu n\frac{dI}{dt} = -\frac{k_\mu N n\pi\lambda\Delta^2}{4}$$

*Οπότε το επαγωγικό ρεύμα που θα δημιουργείται πάνω στο πλαίσιο θα έχει τέτοια φορά ώστε να αντιστέκεται στην αύξηση της μαγνητικής ροής, δημιουργώντας ένα Μαγνητικό πεδίο με κατεύθυνση προς τα δεξιά, άρα το επαγωγικό ρεύμα θα έχει αντίθετη φορά από το ρεύμα στο πηνίο ( Κανόνας Lentz).*

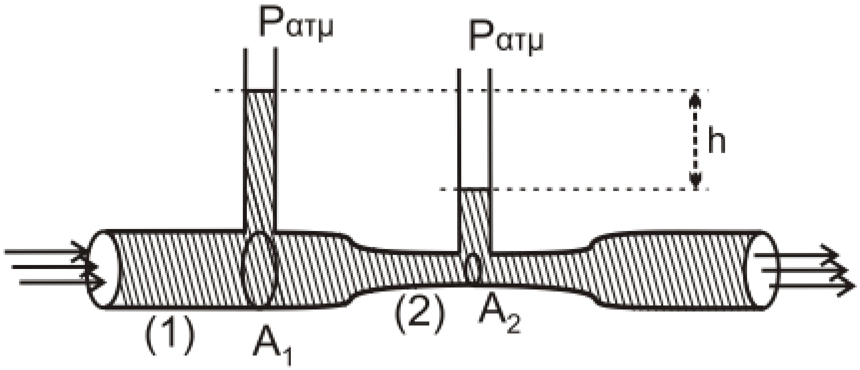
$$I = \frac{E}{R} = ...$$

** Είναι προφανές ότι στην εκφώνηση έχει γίνει λάθος με το $\pi^2$ που θα έπρεπε να είναι $\pi$.*

**B.3.** Ο σωλήνας στο ροόμετρο Venturi είναι οριζόντιος και διαρρέεται από ιδανικό ρευστό, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η εγκάρσια διατομή στην περιοχή (1) έχει εμβαδόν $A_1$ και η αντίστοιχη στην περιοχή (2) έχει εμβαδόν $A_2$ με $\frac{A_1}{A_2} = 2$. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g$ και η υψομετρική διαφορά της στάθμης του υγρού που περιέχεται στους κατακόρυφους λεπτούς ανοιχτούς σωλήνες είναι ίση με $h$.

Διπλασιάζουμε την ταχύτητα ροής του ιδανικού ρευστού στην περιοχή (1). Η υψομετρική διαφορά της στάθμης του υγρού στους κατακόρυφους λεπτούς ανοικτούς σωλήνες γίνεται ίση με:

**(γ)** $4h$




*Επιλέγω δύο σημεία (1) και (2) μιας ρευματικής γραμμής τα οποία βρίσκονται στις κατακόρυφους που διέρχονται από τα δύο σωληνάκια απέχοντας $h_1$ και $h_2 = h_1 - h$ αντίστοιχα από την ελεύθερη επιφάνεια κάθε σωλήνα. Για τα σημεία αυτά τα οποία έχουν πιέσεις και ταχύτητες $P_1$ , $\upsilon_1$ και $P_2$ , $\upsilon_2$ αντίστοιχα θα έχουμε:*

- *Ισορροπία κατακόρυφα:* $P_1 = P_{atm} + \rho g h_1 \quad P_2 = P_{atm} + \rho g h_2$
- *Εξίσωση Bernoulli:* $P_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2$
- *Εξίσωση Συνέχειας:* $A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Rightarrow 2\upsilon_1 = \upsilon_2$

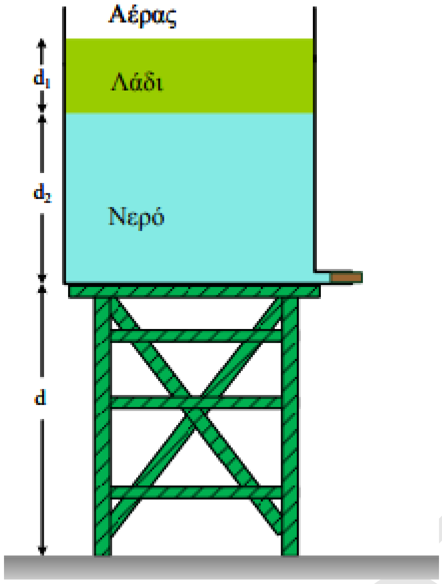
*Με αντικατάσταση στην Bernoulli θα προκύψει ότι:* $h = \dfrac{3\upsilon^2}{2g}$*, οπότε με διπλασιασμό της ταχύτητας ροής θα προκύψει το ζητούμενο.*

# Θέμα Γ

** Οι λύσεις για το θέμα Γ υπάρχουν στον παρακάτω σύνδεσμο λύσεων:*
`https://perifysikhs.files.wordpress.com/2017/04/diag_reusto_study_2017_sol.pdf`

Το ανοιχτό δοχείο του διπλανού σχήματος περιέχει νερό και λάδι με πυκνότητες $\rho_\nu = 1.000 kg/m^3$ και $\rho_\lambda = 800 kg/m^3$ αντίστοιχα.

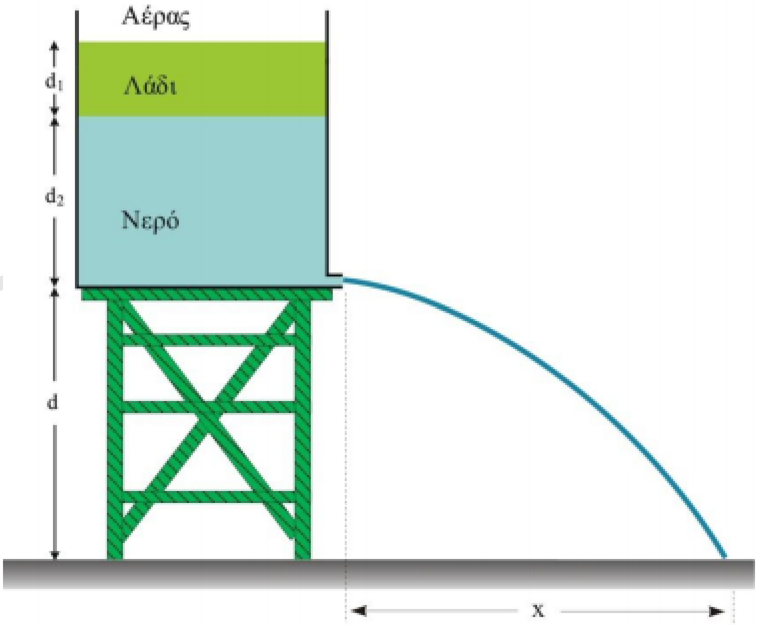
Το στρώμα του λαδιού έχει πάχος $d_1 = 0,50m$, ενώ του νερού έχει πάχος $d_2 = 1,4m$. Στη βάση του πυθμένα και στην πλευρική του επιφάνεια υπάρχει οπή εμβαδού $2cm^2$ που είναι κλεισμένη με τάπα.




**Γ.1** Να βρείτε πόση είναι η συνολική πίεση στη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού-νερού.

**Γ.2** Να βρείτε τη δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) που ασκείται από το νερό στην τάπα, που βρίσκεται στον πυθμένα του δοχείου.

Αφαιρούμε την τάπα.



**Γ.3** Να βρείτε την ταχύτητα εκροής του νερού από την οπή αμέσως μετά την αφαίρεση της τάπας. Να θεωρήσετε το εμβαδό της οπής πολύ μικρότερο από την επιφάνεια του δοχείου.

**Γ.4** Να βρείτε το ύψος $d$ στο οποίο βρίσκεται η βάση του δοχείου, αν γνωρίζουμε ότι η φλέβα νερού, που σχηματίζεται αμέσως μετά την αφαίρεση της τάπας, συναντά το δάπεδο σε οριζόντια απόσταση $3m$ από την οπή.

# Θέμα Δ

Δύο κατακόρυφοι παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους, αμελητέας αντίστασης $Ax$ και $\Gamma y$ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L = 1m$. Αγώγιμη ράβδος ΚΛ μήκους $L = 1m$, μάζας $m = 0,2kg$ και αντίστασης $R = 8\Omega$ μπορεί να ολισθαίνει μένοντας συνεχώς οριζόντια και σε επαφή με τους κατακόρυφους αγωγούς.

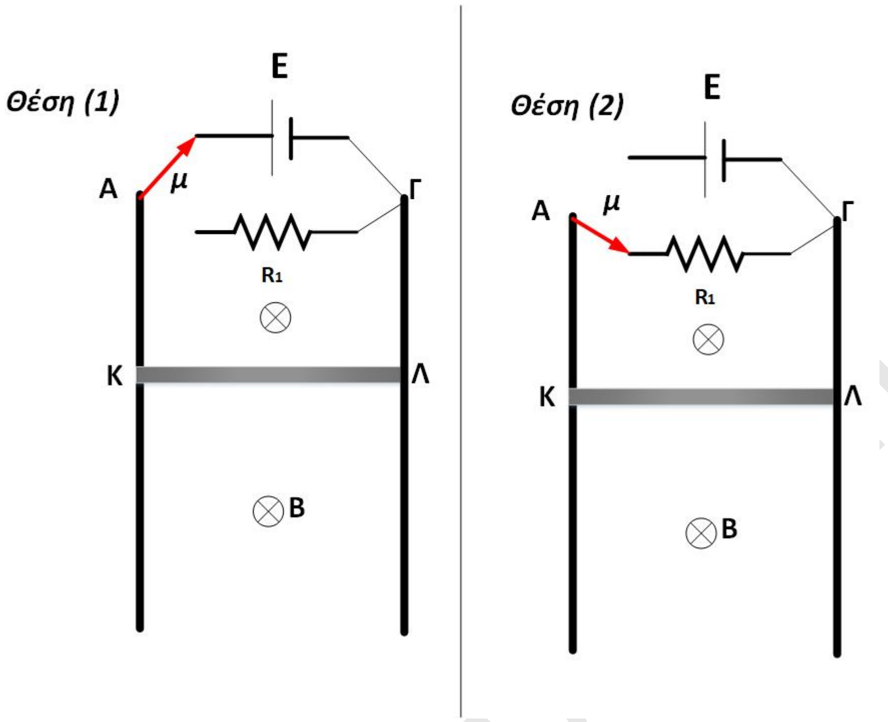
Στο πάνω μέρος της διάταξης ένας μεταγωγός $\mu$ μπορεί να συνδέει τα άκρα Α και Γ είτε μέσω μιας ιδανικής πηγής με ΗΕΔ $E$ (θέση 1), είτε μέσω ενός αντιστάτη, αντίστασης $R_1 = 2\Omega$ (θέση 2). Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 1T$ η διεύθυνση του οποίου είναι κάθετη στο επίπεδο των αγωγών με την φορά που φαίνεται στο σχήμα.

**Δ.1** Αν αρχικά ο μεταγωγός είναι στην θέση 1 και η ράβδος ισορροπεί, να υπολογίσετε την ΗΕΔ $E$ της πηγής.

*Η ράβδος θα δέχεται το βάρος της και μια δύναμη Laplace αφού διαρρέεται απο ρεύμα $I_o$ και βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο. Άρα αφού θα ισορροπεί:*

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow BI_oL = mg \Rightarrow B\frac{E}{R}L = mg \Rightarrow E = 16Volt$$

Μεταφέρουμε ακαριαία τον μεταγωγό στην θέση 2 και η ράβδος παύει να ισορροπεί και κατέρχεται. Κατά την κίνηση της δέχεται από τους κατακόρυφους αγωγούς μια δύναμη τριβής μέτρου $T = 1N$ που είναι αντίθετη της κίνησης.




**Δ.3** Να εξηγήσετε γιατί ο αγωγός θα αποκτήσει οριακή ταχύτητα και να την υπολογίσετε.

*Κατά την κάθοδο της ράβδου προς τα κάτω μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από την επιφάνεια που ορίζεται από το ΑΓΛΚΑ, άρα σε μια τυχαία στιγμή που έχει κατέβει κατά $dy$ εφαρμόζουμε τον νόμο του Faraday*

$$E_{\text{επ}} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{BLdy}{dt} = B\upsilon L$$

*Κατά την κίνηση θα δημιουργηθεί και επαγωγικό ρεύμα $i = \dfrac{B\upsilon L}{R_1 + R}$ του οποίου η φορά θα είναι από το Κ στο Λ, ώστε να δημιουργεί δύναμη Laplace προς τα πάνω, ώστε να αντιοστέκεται στην κίνηση προς τα κάτω σύμφωνα με τον κανόνα του Lentz. Το σώμα θα επιταχύνεται με μειούμενη επιτάχυνση μέχρι την στιγμή που θα αποκτήσει σταθερή ταχύτητα.*

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow mg = BiL + T \Rightarrow .....\upsilon_{\text{ορ}=10m/s}$$

**Δ.4** Να υπολογίσετε την τάση στα άκρα της ράβδου την στιγμή που θα αποκτήσει την οριακή της ταχύτητα.

$$V_{\text{ΚΛ}} = V_{\text{ΑΓ}} = IR_1 = \frac{B\upsilon_{\text{ορ}}}{R_1 + R}R_1 = 2volt$$

**Δ.4** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της ράβδου όταν η ταχύτητα της είναι ίση με το μισό της οριακής της τιμής.

$$\Sigma F = ma \Rightarrow mg - T - BiL = ma \Rightarrow mg - T - B\frac{B\upsilon L}{R_1 + R}L = ma$$
$$\Rightarrow a = 2,5m/s^2$$

**Δ.5** Να υπολογίσετε το κατακόρυφο διάστημα που πρέπει να διανύσει η ράβδος κινούμενη με την οριακή της ταχύτητα, ώστε να εκλύεται από τους αντιστάτες για αυτό το διάστημα θερμότητα ίση με $Q_R = 2J$

*Εφαρμόζω για κάθοδο κατά $h$ την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας:*

$$E_{\text{μηχ(αρχ)}} - Q_R - Q_T = E_{\text{μηχ(τελ)}} \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}m\upsilon_{\text{ορ}}^2 - Q_R - Th = \frac{1}{2}m\upsilon_{\text{ορ}}^2$$
$$\Rightarrow h = 2m$$

***Εναλλακτικά θα μπορούσε να λυθεί και ως εξής:*

$$Q_R = i^2(R + R_1)\Delta t = \left(\frac{B\upsilon_{\text{ορ}}L}{R_1 + R}\right)^2 (R + R_1)\Delta t \Rightarrow \Delta t = ...$$

*Άρα* $\Delta y = \upsilon_{ορ}\Delta t = ...$