
Διαγώνισμα Β Τάξης Ενιαίου Λυκείου
Κυριακή 1 Δεκέμβρη 2019
Φυσική Προσανατολισμού - Μηχανική
Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα Α

A.1 Δύο σώματα A, B εκτοξεύονται οριζόντια από το ίδιο ύψος με ταχύτητες v_A, v_B , με $v_A < v_B$.

(γ) Το σώμα A θα φτάσει στο έδαφος με ταχύτητα μικρότερη από αυτή με την οποία θα φτάσει το σώμα B.

A.2 Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ένα οριζόντιο επίπεδο.

(δ) Το μέτρο της ορμής θα αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.

A.3 Ένα σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου $2v$ προς τα δεξιά και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με δεύτερο σώμα μάζας $2m$ που κινείται με ταχύτητα αντίθετης φοράς και μέτρου v . Το συσσωμάτωμα που θα δημιουργηθεί από την κρούση:

(γ) θα παραμείνει ακίνητο

A.4 Ένα σύστημα σωμάτων θεωρείται μονωμένο όταν:

(β) η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων στο σύστημα των σωμάτων είναι μηδέν.

A.5

- (α) Σύμφωνα με την Αρχή της Επαλληλίας η Οριζόντια Βολή είναι το αποτέλεσμα δύο ταυτόχρονων κινήσεων που εκτελεί ένα σώμα. **Σωστό**
- (β) Η περίοδος περιφοράς της Γης γύρω από τον εαυτό της είναι ένα έτος. **Λάθος**
- (γ) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος που κινείται με σταθερή επιτάχυνση είναι σταθερός. **Σωστό**
- (δ) Η Ενέργεια παραμένει σταθερή σε κάθε κρούση. **Σωστό**
- (ε) Η ορμή είναι μονόμετρο μέγεθος που είναι ανάλογο της ταχύτητας. **Λάθος**

Θέμα Β

B.1 Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος H με ταχύτητα μέτρου v_0 . Όταν βρίσκεται σε ύψος $\frac{H}{3}$ από το έδαφος η οριζόντια μετατόπιση του θα είναι ίση με:

$$(a) v_0 \sqrt{\frac{4H}{3g}}$$

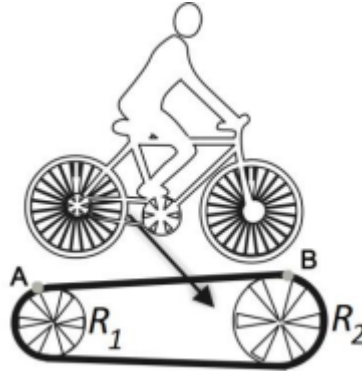
Η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος θα είναι ίση με $y = H - \frac{H}{3} = \frac{2H}{3}$ και ο χρόνος θα είναι:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

Η οριζόντια μετατόπιση την παραπάνω χρονική στιγμή θα είναι:

$$x = v_0 t \Rightarrow x = v_0 \sqrt{\frac{2y}{g}} = \dots$$

B.2 Στο ποδήλατο η μετάδοση της κίνησης από το πετάλ στην πίσω ρόδα γίνεται με την βοήθεια ενός μεταλλικού ιμάντα και δύο γραναζιών, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σημείο A είναι σημείο του πίσω γραναζιού και το σημείο B σημείο του μπροστά γραναζιού. Αν γνωρίζουμε ότι $R_2 = 2R_1$ τότε για τις γωνιακές ταχύτητες περιστροφής των δύο γραναζιών ισχύει:

$$(\gamma) \omega_1 = 2\omega_2$$

Η γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας κάθε τροχού πρέπει να είναι ίδια με την ταχύτητα του ιμάντα, αφού ο ιμάντας δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια των τροχών. Άρα:

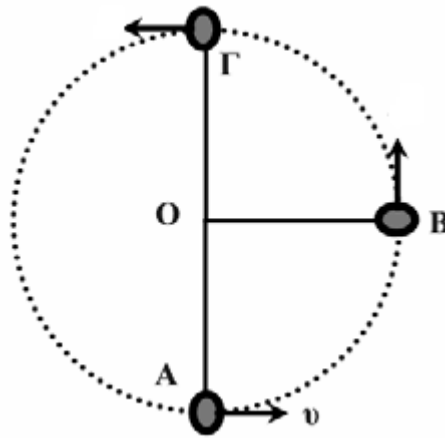
$$v_1 = v_2 \Rightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \Rightarrow \dots$$

B.3 Σώμα μάζας $m = 1\text{ kg}$ κινείται σε κυκλική τροχιά δεμένο σε νήμα μήκους $l = 2\text{ m}$. Η τάση του νήματος στην κατώτατη θέση A της τροχιάς του είναι $T = 60\text{ N}$. Στην θέση B όπου το νήμα σχηματίζει γωνία 90° με την κατακόρυφο η τάση του νήματος είναι:

$$(\beta) 30\text{ N}$$

Εφαρμόζω τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα στην θέση A.

$$\Sigma F = ma_k \Rightarrow T - w = m \frac{v^2}{l} \Rightarrow v = 10\text{ m/s}$$



Για την ανύψωση του σώματος μέχρι την θέση B εφαρμόζω το ΘΜΚΕ.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 = -mgl \Rightarrow v' = \sqrt{60}m/s$$

*Το έργο της τάσης του νήματος είναι μηδέν, αφού είναι συνεχώς κάθετη στην κίνηση.

Εφαρμόζω τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα για τις ακτινικές δυνάμεις στην θέση B.

$$\Sigma F = ma'_k \Rightarrow T' = m\frac{v'^2}{l} \Rightarrow T' = 30N$$

*Η μοναδική ακτινική δύναμη στην θέση αυτή είναι η τάση του νήματος, καθώς το βάρος είναι κατακόρυφο και εφαπτομενικό της τροχιάς θα δημιουργεί μόνο επιτόξιο επιτάχυνση.

Θέμα Γ

Δύο σφαίρες με μάζες $m_1 = 6kg$ και $m_2 = 4kg$ κινούνται σε οριζόντιο επίπεδο με αντίθετη φορά και συγκρούονται πλαστικά. Τη στιγμή της σύγκρουσης τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών είναι $v_1 = 20m/s$ και $v_2 = 10m/s$.

Γ.1 Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Εφαρμόζω την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την κρούση:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_k \Rightarrow v_k = 8 \text{ m/s}$$

Γ.2 Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος, εξαιτίας της κρούσης.

$$E_{\text{απωλ}} = K' - K = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_k^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) = 1080 \text{ J}$$

Γ.3 Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής κάθε σώματος εξαιτίας της κρούσης.

$$\Delta P_1 = m_1 v_k - m_1 v_1 = -72 \text{ kgm/s}$$

αφού ισχύει η διατήρηση της Ορμής του συστήματος για τις επιμέρους μεταβολές της Ορμής ισχύει: $\Delta P_2 = -\Delta P_1$

Γ.4 Αν η διάρκεια της κρούσης είναι $0,1 \text{ s}$, να βρεθεί το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο κατά την κρούση.

$$\Sigma F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = 720 \text{ N}$$

Γ.5 Αν ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στο δάπεδο και το συσσωμάτωμα είναι $\mu = 0,32$ να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος από την στιγμή που έγινε η κρούση μέχρι να σταματήσει να κινείται.

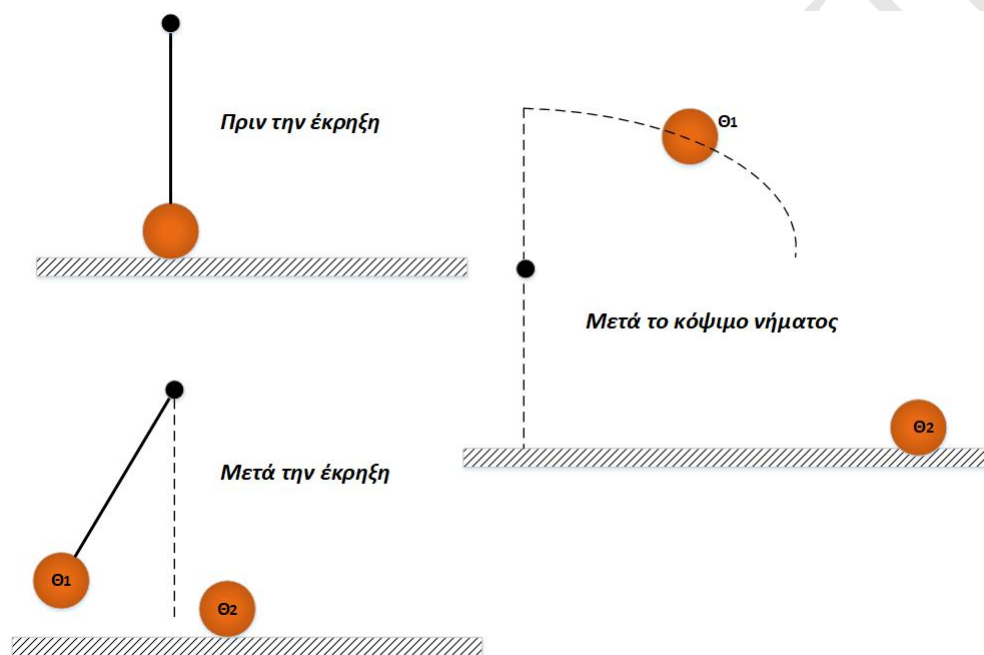
$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \Sigma F = -T = -\mu N = -32 \text{ kgm/s}$$

$$*\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = (m_1 + m_2) g$$

Θέμα Δ

Αρχικά ακίνητη σφαίρα μάζας m είναι δεμένη σε νήμα μήκους $l = 2.5m$ και στο εσωτερικό της φέρει εκρηκτικό μηχανισμό. Ο μηχανισμός εκρήγνυται και η σφαίρα χωρίζεται σε δύο θραύσματα Θ_1 μάζας $m_1 = 1kg$ και Θ_2 μάζας $m_2 = \sqrt{5}kg$, εκ των οποίων το σώμα Θ_1 παραμένει δεμένο στο νήμα ενώ το Θ_2 κινείται ευθύγραμμα πάνω στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$.

Αν σας είναι γνωστό ότι το Θ_1 εκτελεί οριακά ανακύκλωση τότε:



Δ.1 Να βρεθεί η ταχύτητα του ακριβώς μετά την έκρηξη.

Το Θ_1 εκτελεί οριακά ανακύκλωση, όταν το νήμα παραμένει οριακά τεταμένο στην ανώτερη θέση της τροχιάς του ($T \geq 0$). Εφαρμόζω τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα στην θέση αυτή:

$$\Sigma F_y = ma_k \Rightarrow T + m_1g = m_1 \frac{v^2}{l} \Rightarrow T = m_1 \frac{v^2}{l} - m_1g \geq 0 \Rightarrow v \geq 5m/s$$

Έχοντας την ελάχιστη ταχύτητα στο ανώτερο σημείο της τροχιάς, ώστε να κάνει οριακή ανακύκλωση εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για να υπολογίσω την

ταχύτητα στο σημείο μετά την κρούση που είναι και το χαμηλότερο σημείο της τροχιάς:

$$\frac{1}{2}m_1v^2 - \frac{1}{2}m_1v_1^2 = -m_1g2l \Rightarrow v_1 = 5\sqrt{5}m/s$$

Δ.2 Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής για το κάθε θραύσμα εξαιτίας της έκρηξης.

Για την έκρηξη, ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$0 = m_1v_1 - m_2v_2 \Rightarrow v_2 = 5m/s$$

Η μεταβολή της ορμής για κάθε θραύσμα είναι αντίθετη αφού η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή:

$$\Delta P_1 = m_1v_1 - 0 = 5\sqrt{5}kgm/s$$

$$\Delta P_2 = -\Delta P_1$$

Την στιγμή που το Θ_1 φτάνει στο ανώτερο σημείο της κίνησης του, ακαριαία κόβω με έναν μηχανισμό το νήμα, με αποτέλεσμα να εκτελεί καμπυλόγραμμη τροχιά φτάνοντας στο έδαφος μετά από λίγο.

Δ.3 Να βρεθεί το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας του σώματος όταν αυτό φτάσει στο έδαφος.

Το Θ_1 εκτελεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος σε χρόνο t διανύοντας κατακόρυφο διάστημα $y = 2l = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = 1s$. Όταν φτάνει στο έδαφος η ταχύτητα του σώματος έχει οριζόντια συνιστώσα $v_x = v$ και κατακόρυφη συνιστώσα $v_y = gt = 10m/s$. Η ταχύτητα σχηματίζει γωνία ϕ με την οριζόντια συνιστώσα.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{125}m/s$$

$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} = 2$$

Δ.4 Πόσο θα απέχουν τελικά τα θραύσματα Θ_1 και Θ_2 όταν το Θ_1 φτάσει στο έδαφος και το Θ_2 ακινητοποιηθεί. Να θεωρήσετε ότι δεν θα συναντηθούν.

Το Θ_1 διανύει μέγιστη οριζόντια απόσταση μέχρι να φτάσει στο έδαφος ίση με $x_1 = vt = 5m$

Το Θ_2 διανύει αντίστοιχα μέχρι να σταματήσει απόσταση x_2 που θα υπολογιστεί με το ΘΜΚΕ

$$0 - \frac{1}{2}m_2v_2^2 = -\mu m_2 g x_2 \Rightarrow x_2 = 6,25m$$

Άρα όταν σταματήσουν θα απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 6,25 - 5 = 1,25m$.

Δ.5 Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του Θ_1 όταν το νήμα σχηματίζει γωνία $\phi = 60^\circ$ με την κατακόρυφο κάποια στιγμή μετά την έκρηξη και πριν κοπεί το νήμα.

Ο ζητούμενος ρυθμός μεταβολής θα είναι:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για να υπολογίσω την ταχύτητα του σώματος:

$$\frac{1}{2}m_2v'^2 - \frac{1}{2}m_2v_2^2 = -m_2gh \Rightarrow v' = 10m/s$$

* Η ανύψωση του σώματος μέχρι την παραπάνω θέση είναι: $h = l - l \sin 60 = \frac{l}{2}$

Η ακτινική κατεύθυνση (πάνω στο νήμα) είναι η y για την οποία εφαρμόζω τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F_y = m_2 a_k = m \frac{v'^2}{l} = 40N$$

Η εφαπτομενική στην κυκλική τροχιά του σώματος κατεύθυνση είναι η x . Αναλύω το βάρος σε δύο συνιστώσες μια ακτινική και μια εφαπτομενική:

$$\Sigma F_x = w_x = m_2 g \eta \mu \phi = 5\sqrt{3}N$$

Άρα:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \sqrt{1675} \text{kgm/s}^2$$

* Είναι προφανές ότι για την επίλυση κάθε θέματος απαιτείται σχήμα !!

Επιμέλεια: Δρ. Μιχάλης Καραδημητρίου,