Πανελλήνιες Εξετάσεις - 12 Ιουνίου 2019

Φυσική Θετικού Προσανατολισμού

Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα Α

Α.1 $\rightarrow$ **(β)**

Α.2 $\rightarrow$ **(γ)**

Α.3 $\rightarrow$ **(α)**

Α.4 $\rightarrow$ **(γ)**

Α.5 $\rightarrow$ **Λ ,Σ , Λ , Σ , Σ**

Θέμα Β

Β.1. $\rightarrow$ **(ιι)** .

Πριν την κρούση ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα:

$$f_1 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \upsilon_1} f_s$$

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινείται με ταχύτητα υ_k την οποία υπολογίζω από την Α.Δ.Ο.

$$m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon_k \Rightarrow \upsilon_k = \frac{\upsilon_1}{2}$$

Άρα η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής μετά την κρούση θα είναι:

$$f_2 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \upsilon_k} f_s$$

Ο ζητούμενος λόγος θα είναι:

$$\frac{f_1}{f_2} = ... = \frac{41}{42}$$

Β.2. $\rightarrow$ **(ιιι)** .

Στον οριζόντιο σωλήνα:

- Εξίσωση Συνέχειας: $A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1$
- Εξίσωση Μπερνούλι:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2$$

- Επειδή οι ρευματικές γραμμές είναι παράλληλες, κατακόρυφα το ρευστό ισορροπεί, άρα για την πίεση κάτω από το κατακόρυφο σωλήνα εφαρμόζω θεμελιώδη νόμο υδροστατικής:

$$P_1 = P_{atm} + \rho g h$$

Από το παραπάνω σύστημα εξισώσεων θα προκύψει μια σχέση ανάμεσα στο ύψος h και την ταχύτητα στο σημείο Γ

$$h = \frac{3\upsilon_1^2}{2g}$$

Στο δοχείο:

- αφού η στάθμη του είναι σε σταθερό ύψος η εισερχόμενη ποσότητα ρευστού θα είναι ίση με την εξερχόμενη από την οπή στο σημείο Ζ, άρα: $A_2\upsilon_2 = A_3\upsilon_3 \Rightarrow \upsilon_3 = 2\upsilon_2$.

- Με δεδομένο ότι η στάθμη παραμένει ακίνητη εφαρμόζω την εξίσωση Μπερνούλι, ανάμεσα σε ένα σημείο της επιφάνειας του ρευστού και το σημείο Ζ.

$$P_{atm} + \rho g H = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho \upsilon_3^2$$

Από το παραπάνω σύστημα εξισώσεων θα προκύψει:

$$H = \frac{2\upsilon_2^2}{g}$$

Άρα από τα παραπάνω ο ζητούμενος λόγος θα είναι:

$$\frac{h}{H} = ... = \frac{3}{16}$$

Β.3. $\rightarrow$ **(ιι)** .

Η ράβδος βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και περιστρέφεται γύρω από το άκρο της με εφαρμογή της δύναμης, οπότε εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για να υπολογίζω την γωνιακή ταχύτητα της πριν την κρούση:

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} I \omega^2 - 0 = F \cdot L \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega = ...$$

Για την κρούση με το σημειακό σώμα εφαρμόζω την Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής στο σύστημα, ως προς το σημείο Ο.

$$L = L' \Rightarrow I\omega = \left(I + mL^2\right)\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{3\pi}{2} rad/s$$

Μετά την κρούση $\Sigma\tau = 0$, άρα το σύστημα θα εκτελεί Ομαλή Στροφική Κίνηση με την ταχύτητα που απέκτησε μετά την κρούση, οπότε:

$$\Delta\phi = \omega' \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3} s$$

Θέμα Γ

Γ.1 *Στην θέση ισορροπίας του Σ_1 ισχύει ότι:*

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow k\Delta l = m_1 g \Rightarrow k = 200N/m$$

Μετά την κρούση θα δημιουργηθεί συσσωμάτωμα με νέα θέση ισορροπιας για την οποία το ελατήριο είναι παραμορφωμένο κατά $\Delta l'$

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow k\Delta l' = (m_1 + m_2)\, g \Rightarrow \Delta l' = 0,1m$$

Αφού η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου θα είναι και ακραία θέση της ταλάντωσης προκύπτει ότι $A = \Delta l' = 0,1m$

Γ.2 *Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται θα κινείται με ταχύτητα υ_k και φορά προς τα πάνω, ενώ την στιγμή δημιουργίας του θα βρίσκεται σε απομάκρυνση $y = \Delta l' - \Delta l = 0,05m$ από την Θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του. Εφαρμόζω σε αυτή την θέση την Α.Δ.Ε.Τ. για να υπολογίσω την ταχύτητα του:*

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, \upsilon_k^2 + \frac{1}{2}Dy^2 \Rightarrow \upsilon_k = \frac{\sqrt{3}}{2}m/s$$

Για την κρούση που έχει προηγηθεί της ταλάντωσης θα εφαρμόσω την Α.Δ.Ο. για να υπολογίσω την ταχύτητα του Σ_2 πριν την κρούση:

$$m_2\upsilon_o = (m_1 + m_2)\, \upsilon_k \Rightarrow \upsilon_o = \sqrt{3}m/s$$

Οπότε η ζητούμενη κινητική ενέργεια θα είναι : $K_2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_o^2 = 1,5J$

Γ.3 *Η μεταβολή της ορμής θα είναι:*

$$|\Delta P_2| = |m_2\upsilon_k - m_2\upsilon_o| = |-\frac{\sqrt{3}}{2}|kg \cdot \frac{m}{s}$$

Η φορά της μεταβολής θα ειναι αντιθετη της αρχικής ταχύτητας του Σ_2.

Γ.4 *Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης του σώματος θα είναι:*

$$y = A\eta\mu\left(\omega t + \phi_o\right)$$

$$D = k = \left(m_1 + m_2\right)\omega^2 \Rightarrow \omega = 10rad/s$$

Την $t_o = 0$ *το σώμα βρίσκεται στην θέση* $y = +0,05m$ *και κινείται με θετική ταχύτητα άρα:*

$$0,05 = 0,1\eta\mu\phi_o \Rightarrow \eta\mu\phi_o = \frac{1}{2}$$

$$\upsilon > 0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\phi_o > 0 \Rightarrow \phi_o = \frac{\pi}{6}$$

** Προφανώς θα μπορούσε να γίνει και χρήση της αναπαράστασης του περιστρεφόμενου διανύσματος.*

Θέμα Δ

Δ.1 Αρχικά το σύστημα ισορροπεί με την επίδραση των βαρών, τάσεων νήματος και της στατικής τριβής στον κύλινδρο που θα έχει φορά προς τα πάνω. Εφαρμόζω συνθήκες ισορροπίας σε κάθε σώμα:

- Για το σώμα:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 = M_\Sigma g \Rightarrow T_1 = 20N$$

- Για την τροχαλία:

$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T_1' R_T = T_2' R_T \Rightarrow T_1' = T_2'$$

– Για τον κύλινδρο :

$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T_2 R_K = T_s R_K \Rightarrow T_2 = T_s$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F + M_K g\eta\mu\phi = T_2 + T_s$$

Άρα προκύπτει ότι: $F = 30N$

Δ.2 Μετά την κατάργηση της F το σώμα κατέρχεται με επιτάχυνση α, η τροχαλία περιστρέφεται δεξιόστροφα με επιτάχυνση α_γ και ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ανερχόμενος με επιτάχυνση α_{cm} για το κέντρο μάζας και γωνιακή επιτάχυνση α'_γ:

– Για το σώμα :

$$\Sigma F = M_\Sigma \alpha \Rightarrow M_\Sigma g - T_1 = M_\Sigma \alpha$$

– Για την τροχαλία :

$$\Sigma\tau = I_T \alpha_\gamma \Rightarrow T'_1 R_T - T'_2 R_T = \frac{1}{2} M_T R_T^2 \alpha_\gamma$$

– Για τον κύλινδρο :

$$\Sigma\tau = I_K \alpha'_\gamma \Rightarrow T_2 R_K - T_s R_K = \frac{1}{2} M_K R_K^2 \alpha'_\gamma$$

$$\Sigma F_x = M_K \alpha_{cm} \Rightarrow T_2 + T_s - M_K g\eta\mu\phi = M_K \alpha_{cm}$$

– Για την κύλιση χωρίς ολίσθηση του Κυλίνδρου :

$$\upsilon_{cm} = \omega' R_K \Rightarrow \alpha_{cm} = \alpha'_\gamma R_K$$

– Για την μη ολίσθηση των νημάτων*:

$$\upsilon = \omega R_T \Rightarrow \alpha = \alpha_\gamma R_T$$

$$\upsilon = 2\upsilon_{cm} \Rightarrow \alpha = 2\alpha_{cm}$$

** Η ταχύτητα κάθε σημείου του νήματος είναι ίδια και ίση με την ταχύτητα υ του σώματος. Τα σημεία επαφής νήματος - τροχαλίας και νήματος - κυλίνδρου θα έχουν επίσης την ίδια ταχύτητα αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια τους. Το ανώτερο σημείο του κυλίνδρου θα έχει δύο ταχύτητες αφού αυτός εκτελεί σύνθετη κίνηση άρα $\upsilon_{cm} + \omega' R_K = 2\upsilon_{cm}$*

Από την επίλυση του συστήματος των παραπάνω εξισώσεων θα προκύψει η ζητούμενη επιτάχυνση.

Δ.3 *Την χρονική στιγμή t_1 ο κύλινδρος έχει μετατοπιστεί από την αρχική θέση κατά Δx_1 και το κέντρο μάζας του έχει αποκτήσει ταχύτητα υ_1 για τα οποία έχουμε:*

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t_1^2 = 0,25m$$

$$\upsilon_1 = \alpha_{cm} t_1 = 1m/s$$

Όταν κοπεί το νήμα ο κύλινδρος αρχίζει να επιβραδύνεται με την επίδραση της στατικής τριβής και του βάρους του:

– *Για την περιστροφική κίνηση*

$$\Sigma\tau = I_K \alpha''_\gamma \Rightarrow T_s R_K = \frac{1}{2} M_K R_K^2 \alpha''_\gamma$$

– *Για την μεταφορική κίνηση*

$$\Sigma F_x = M_K \alpha'_{cm} \Rightarrow M_K g \eta\mu\phi - T_s = M_K \alpha'_{cm}$$

– Για την κύλιση χωρίς ολίσθηση του Κυλίνδρου:

$$\alpha'_{cm} = \alpha''_{\gamma} R_K$$

Από το σύστημα των παραπάνω εξισώσεων θα προκύψει ότι $\alpha'_{cm} = \dfrac{10}{3} m/s^2$

Ο κύλινδρος θα σταματήσει όταν:

$$0 = \upsilon_1 - \alpha'_{cm}\Delta t \Rightarrow \Delta t = 0,3s$$

άρα την χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \Delta t = 0,8s$

κα

Δ.4 *Μέχρι να σταματήσει έχει διανύσει επιπλέον διάστημα:*

$$\Delta x_2 = \upsilon_1 \Delta t - \frac{1}{2}\alpha'_{cm}\Delta t^2 = 0,15m$$

Άρα συνολικά έχει μετατοπιστεί από την αρχική θέση κατά : $d = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 0,4m$

Δ.5 *Η σανίδα θα δέχεται μια δύναμη απο το έδαφος, το βάρος της, την δύναμη από την άρθρωση και μια δύναμη από τον κινούμενο κύλινδρο. Για να μην ανατραπεί θα πρέπει η ροπή του βάρους της ως προς το σημείο Γ να είναι κατά μέτρο μεγαλύτερη από το μέτρο της ροπή της δύναμης που ασκεί ο κύλινδρος σε όλη την διάρκεια της ανόδου του. Με δεδομένο ότι η μεγαλύτερη δυνατή ροπή που μπορεί να προκαλέσει ο κύλινδρος είναι στην θέση που οριακά σταματάει κατά την άνοδο υπολογίζω τις δύο ροπές:*

$$|\tau_W| = Mg\sigma\upsilon\nu\phi(K\Gamma) = 3\sqrt{3}N \cdot m$$

** όπου Κ το κέντρο της σανίδας*

$$|\tau_{N'}| = N'(d - (\Gamma\Delta)) = 2\sqrt{3}N \cdot m$$

Για τον κύλινδρο $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = M_K g\sigma\upsilon\nu\phi$. Λόγο δράσης - αντίδρασης $N' = N$.

Αφού $|\tau_W| > |\tau_{N'}|$ η σανίδα δεν θα ανατρέπεται.

Λόγω χρόνου δεν έχουν γίνει τα σχήματα!

Γενικά σχόλια για τα θέματα

Τα θέματα της σημερινής εξέτασης δεν εξετάζουν την Φυσική, όπως θα έπρεπε να εξετάζεται. Είναι θέματα για τους καλά διαβασμένους μαθητές και δύσκολα θα εμφανιστούν άριστα γραπτά.

- **Θέμα Α**: γίνεται εξέταση θεωρίας πάνω σε μικρές ασκήσεις, που απαιτούν προσοχή, ενώ θα έπρεπε να εξετάζεται αμιγώς η θεωρία

- **Θέμα Β**: στο θέμα Β.1 εξετάζεται το Φαινόμενο *Doppler* σε συνδυασμό με την κρούση χωρίς να υπάρχει κάποια δυσκολία. Στο θέμα Β.2 γίνεται εξέταση του κεφαλαίου των Ρευστών με χρήση μιας «υπερβολικής» κατασκευής για θέμα Β. Το θέμα Β.3 κινείται εντελώς εκτός του πλαισίου της εξέτασης καθώς αποτελεί άσκηση μηχανικής στερεού και όχι θέμα κατανόησης της θεωρίας

- **Θέμα Γ**: εξετάζεται το κεφάλαιο των ταλαντώσεων- κρούσεων σε ένα ικανοποιητικό επίπεδο και με σωστή διαβάθμιση μονάδων.

- **Θέμα Δ**: έχει επιλεχτεί για ακόμα μια φορά μια «κατασκευαστική» άσκηση με πολύπλοκη εκφώνηση – σχήμα και πολλά στοιχεία που θα δημιουργήσουν σύγχυση στους μαθητές.

Επιμέλεια: Δρ. Μιχάλης Καραδημητρίου