

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

3^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΚΥΜΑΤΑ - ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

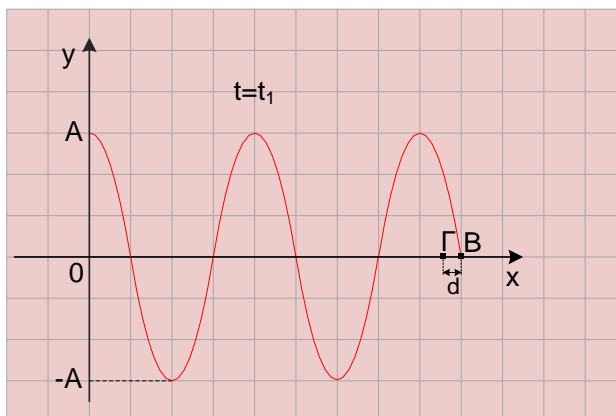
- A1α. (β) A1β. (δ)
A2α. (α) A2β. (δ)
A3α. (γ) A3β. (β)
A4α. (γ) A4β. (α)
A5. α.Λ β.Λ γ.Σ δ.Λ ε.Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Από το στιγμιότυπο του κύματος προκύπτει ότι τη χρονική στιγμή t_1 το κύμα έχει φτάσει στο σημείο Β. Επομένως, το σημείο Β αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t_1 και η φάση της ταλάντωσής του είναι $\varphi_{B_1} = 0$.

Μετά τη χρονική στιγμή t_1 τα δύο σημεία παρουσιάζουν διαφορά φάσης που είναι:



$$\varphi_{\Gamma_1} - \varphi_{B_1} = 2\pi \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_{\Gamma}}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_B}{\lambda} \right) \quad \text{ή} \quad \varphi_{\Gamma_1} - \varphi_{B_1} = 2\pi \frac{x_B - x_{\Gamma}}{\lambda} \quad \text{ή}$$

$$\varphi_{\Gamma_1} - \varphi_{B_1} = 2\pi \frac{d}{\lambda} = 2\pi \frac{\lambda/12}{\lambda} \quad \text{ή} \quad \varphi_{\Gamma_1} - \varphi_{B_1} = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \quad (1)$$

Αυτή η διαφορά φάσης παραμένει χρονικά σταθερή.

Τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{T}{6}$ το σημείο Β έχει ταλαντωθεί κατά $\frac{T}{6}$ και έχει φάση

$$\varphi_{B_2} = \omega \Delta t = \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{2\pi}{T} \frac{T}{6} \quad \text{ή} \quad \varphi_{B_2} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Άρα, η φάση της ταλάντωσης του σημείου Γ τη χρονική στιγμή t_2 είναι:

$$\varphi_{\Gamma_2} - \varphi_{B_2} = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \Rightarrow \varphi_{\Gamma_2} = \varphi_{B_2} + \frac{\pi}{6} \text{ rad} = \frac{\pi}{3} \text{ rad} + \frac{\pi}{6} \text{ rad} \Rightarrow \varphi_{\Gamma_2} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

B2. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Στο αρχικό υγρό ισχύουν τα παρακάτω:

Οι φάσεις της ταλάντωσης του σημείου Z την ίδια χρονική στιγμή λόγω των δύο κυμάτων δίνονται από τις σχέσεις:

$$\varphi_1 = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \quad \text{και} \quad \varphi_2 = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right)$$

$$\text{Άρα: } \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda} \quad (1)$$

$$\text{Γνωρίζουμε ότι: } \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \text{ rad} \quad (2)$$

$$\text{Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε: } 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda} = 2\pi \quad \text{ή} \quad r_1 - r_2 = \lambda \quad (3)$$

Το σημείο Z βρίσκεται σε υπερβολή ενίσχυσης, άρα: $A'_1 = 2A$

Στο νέο υγρό ισχύουν τα παρακάτω:

Το σημείο Z απέχει τις ίδιες αποστάσεις r_1 και r_2 από τις δύο πηγές.

Επειδή η ταχύτητα διάδοσης του κύματος εξαρτάται από τη φύση του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα, στο νέο υγρό η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι v' . Επειδή μεταβάλλεται η ταχύτητα διάδοσης του κύματος αλλά η συχνότητα ταλάντωσης παραμένει σταθερή, μεταβάλλεται το μήκος κύματος.

Οι χρονικές στιγμές t_1 και t_2 κατά τις οποίες αρχίζει να ταλαντώνεται το σημείο Z λόγω του κύματος από την πηγή Π₁ και λόγω του κύματος από την πηγή Π₂ δίνονται από τις

σχέσεις $t_1 = \frac{r_1}{v'}$ και $t_2 = \frac{r_2}{v'}$ αντίστοιχα.

$$\text{Από τη σχέση } t_1 - t_2 = \frac{3T}{4} \text{ έχουμε: } \frac{r_1}{v'} - \frac{r_2}{v'} = \frac{3T}{4} \quad \text{ή} \quad r_1 - r_2 = \frac{v'3T}{4} \quad \text{ή} \quad r_1 - r_2 = \frac{3\lambda'}{4} \quad (4)$$

Το πλάτος ταλάντωσης λόγω της συμβολής υπολογίζεται από τη σχέση:

$$A'_2 = \left| 2A \sin 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda'} \right| \quad \text{ή} \quad A'_2 = \left| 2A \sin 2\pi \frac{3\lambda'}{2 \cdot 4\lambda'} \right| \quad \text{ή} \quad A'_2 = \left| 2A \sin \frac{3\pi}{4} \right| \quad \text{ή} \quad A'_2 = 2A \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{ή} \quad A'_2 = A\sqrt{2}$$

$$\text{Επομένως: } \frac{A'_1}{A'_2} = \frac{2A}{A\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

B3. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Οι απομακρύνσεις y_B και y_Γ των σημείων Β και Γ αντίστοιχα τη χρονική στιγμή t_1

δίνονται από τις σχέσεις:

$$y_B = 2A \sin 2\pi \frac{x_B}{\lambda} \eta \mu 2\pi \frac{t_1}{T} \quad \text{και} \quad y_\Gamma = 2A \sin 2\pi \frac{x_\Gamma}{\lambda} \eta \mu 2\pi \frac{t_1}{T}$$

$$\text{Επομένως: } \frac{y_B}{y_\Gamma} = \frac{\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x_B}{\lambda}}{\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x_\Gamma}{\lambda}} \quad (1)$$

Οι ταχύτητες v_B και v_Γ των σημείων Β και Γ αντίστοιχα τη χρονική στιγμή t_1 δίνονται από τις σχέσεις:

$$v_B = \omega 2A \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x_B}{\lambda} \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{t_1}{T} \quad \text{και} \quad v_\Gamma = \omega 2A \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x_\Gamma}{\lambda} \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{t_1}{T}$$

$$\text{Επομένως: } \frac{v_B}{v_\Gamma} = \frac{\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x_B}{\lambda}}{\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x_\Gamma}{\lambda}} \quad (1)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε: $\frac{y_B}{y_\Gamma} = \frac{v_B}{v_\Gamma}$ ή

$$y_\Gamma = \frac{v_\Gamma \cdot y_B}{v_B} = \frac{\omega A \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot 10^{-2} \text{ m}}{\omega A \sqrt{2}} = 1 \text{ cm}$$

B4. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Πριν από την κρούση η ηχητική πηγή κινείται προς τον ανιχνευτή ήχων, άρα το μήκος κύματος λ_1 που καταγράφει ο ανιχνευτής πριν από την κρούση υπολογίζεται από τη σχέση: $\lambda_1 = \lambda - v_s T_s$ (1), όπου λ είναι το μήκος κύματος που εκπέμπει η πηγή.

Αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση η ταχύτητα της ηχητικής πηγής είναι:

$$v_s' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_s = \frac{4m_2 - m_2}{4m_2 + m_2} v_s = \frac{3m_2}{5m_2} v_s = \frac{3}{5} v_s$$

Η ταχύτητα v_s' έχει ίδια κατεύθυνση με την v_s , άρα η ηχητική πηγή συνεχίζει να κινείται προς τον ανιχνευτή. Επομένως, για το μήκος κύματος που καταγράφει ο ανιχνευτής μετά την κρούση ισχύει:

$$\lambda_2 = \lambda - v_s' T_s \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda - v_s' T_s - (\lambda - v_s T_s) = v_s T_s - v_s' T_s = \left(v_s - \frac{3}{5} v_s \right) T_s = \frac{2}{5} v_s T_s = \frac{2v_s}{5f_s}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Σύμφωνα με την εκφώνηση οι μέγιστες ταχύτητες ταλάντωσης των σημείων Γ και Ο

συνδέονται με τη σχέση: $v_{\Gamma_{\max}} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{O_{\max}}$

Επομένως:

$$\omega |A'_{\Gamma}| = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \omega 2A \quad \text{ή} \quad |A'_{\Gamma}| = A\sqrt{2} \quad \text{ή} \quad \left| 2A \sigma \nu \nu \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = A\sqrt{2} \quad \text{ή} \quad \sigma \nu \nu \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Άρα: } \sigma \nu \nu \frac{2\pi x}{\lambda} = \sigma \nu \nu \frac{\pi}{4} \quad (1) \quad \text{ή} \quad \sigma \nu \nu \frac{2\pi x}{\lambda} = \sigma \nu \nu \frac{3\pi}{4} \quad (2)$$

$$\text{Από τη σχέση (1) προκύπτει: } \frac{2\pi x}{\lambda} = 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (3)$$

$$\text{Από τη σχέση (2) προκύπτει: } \frac{2\pi x}{\lambda} = 2\kappa\pi \pm \frac{3\pi}{4} \quad (4)$$

Επειδή το σημείο Γ είναι το πλησιέστερο σημείο στο Ο, από τη σχέση (3) με $\kappa = 0$

$$\text{προκύπτει: } \frac{2\pi x_{\Gamma}}{\lambda} = \frac{\pi}{4} \quad \text{ή} \quad x_{\Gamma} = \frac{\lambda}{8}$$

Γνωρίζουμε ότι: $x_{\Gamma} = 0,025 \text{ m}$

$$\text{Επομένως: } \frac{\lambda}{8} = 0,025 \text{ m} \quad \text{ή} \quad \lambda = 0,2 \text{ m}$$

Το μέτρο της ορμής του σημείου Γ είναι μέγιστο, όταν αυτό διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης. Επειδή σε κάθε ταλάντωση διέρχεται δύο φορές από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, το σημείο Γ εκτελεί 20 ταλαντώσεις σε 1s, οπότε:

$$f = \frac{N}{t} = \frac{20 \text{ ταλαντώσεις}}{1 \text{ s}} = 20 \text{ Hz} \quad \text{και} \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} \text{ s} = 0,05 \text{ s}$$

Γ2. Η γωνιακή συχνότητα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\omega = 2\pi f \quad \text{ή} \quad \omega = 40\pi \text{ rad / s}$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης για το σημείο Γ, έχουμε:

$$\frac{1}{2}Dy_{\Gamma_1}^2 + \frac{1}{2}mv_{\Gamma_1}^2 = \frac{1}{2}DA_{\Gamma}^{\prime 2} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m\omega^2 y_{\Gamma_1}^2 + \frac{1}{2}mv_{\Gamma_1}^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A_{\Gamma}^{\prime 2} \quad \text{ή}$$

$$\omega^2 y_{\Gamma_1}^2 + v_{\Gamma_1}^2 = \omega^2 A_{\Gamma}^{\prime 2} \Rightarrow |A_{\Gamma}^{\prime}| = \sqrt{\frac{\omega^2 y_{\Gamma_1}^2 + v_{\Gamma_1}^2}{\omega^2}} = \sqrt{y_{\Gamma_1}^2 + \frac{v_{\Gamma_1}^2}{\omega^2}} = \sqrt{25 \cdot 10^{-4} + \frac{4\pi^2}{1.600\pi^2}} \Rightarrow$$

$$|A_{\Gamma}^{\prime}| = \sqrt{25 \cdot 10^{-4} + 25 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow |A_{\Gamma}^{\prime}| = 5 \cdot 10^{-2} \sqrt{2} m$$

Γ3. Γνωρίζουμε ότι: $|A_{\Gamma}^{\prime}| = A\sqrt{2}$ ή $5 \cdot 10^{-2} \sqrt{2} = A\sqrt{2}$ ή $A = 0,05 m$

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος δίνεται από τη σχέση: $y = 2A\sigma\nu\nu 2\pi \frac{x}{\lambda} \eta\mu 2\pi \frac{t}{T}$

Άρα: $y = 0,1\sigma\nu\nu 10\pi x \eta\mu 40\pi t$ (SI)

Η σχέση με την οποία υπολογίζεται η θέση των κοιλιών είναι:

$$x_{\kappa} = N\lambda/2 \quad \text{ή} \quad x_{\kappa} = 0,1N \text{ (SI) με } N = 0, 1, 2, \dots$$

Επειδή πρέπει να ισχύει $x_{\Gamma} < x_{\kappa} < x_{\text{B}}$, έχουμε: $0,025 < 0,1N < 0,45$ ή

$$\frac{0,025}{0,1} < N < \frac{0,45}{0,1} \quad \text{ή} \quad 0,25 < N < 4,5 \quad \text{ή} \quad N = 1, 2, 3, 4$$

Επομένως, υπάρχουν 4 κοιλίες.

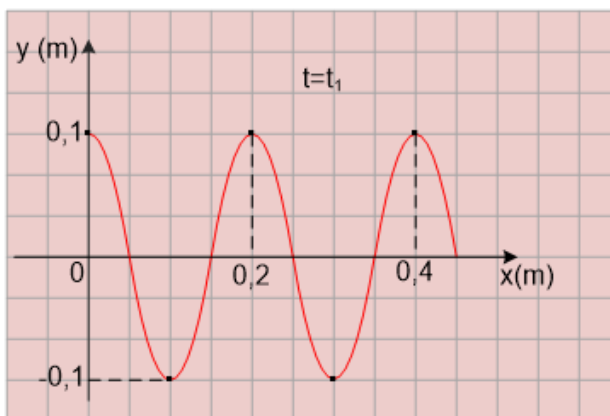
Γ4. $t_1 = \frac{5T}{4} = 0,0625 s$. Επομένως: $y = 0,1\sigma\nu\nu 10\pi x \cdot \eta\mu(40\pi \cdot 0,0625)$ (SI) ή

$$y = 0,1\sigma\nu\nu 10\pi x \cdot \eta\mu \frac{5\pi}{2} \text{ (SI) ή}$$

$$y = 0,1\sigma\nu\nu 10\pi x \text{ (SI)}$$

Τη χρονική στιγμή t_1 η κοιλία στη θέση $x = 0$ βρίσκεται στη θέση $y = 0,1 m$.

Συνολικά υπάρχουν 5 κοιλίες, δηλαδή τέσσερις κοιλίες μεταξύ των σημείων Β και Γ και μία κοιλία στη θέση $x = 0$.



Γ5. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σημείου Ο δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v = -Dy \cdot v$$

Επομένως, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας μηδενίζεται όταν $y = 0$ ή όταν $v = 0$, δηλαδή είτε στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης είτε στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης αντίστοιχα.

Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι $\frac{T}{4}$, δηλαδή είναι το χρονικό διάστημα ώστε το σημείο Ο να μεταβεί από την ακραία θέση στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης ή το αντίστροφο:

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1/20}{4} s = \frac{1}{80} s = 0,0125 s$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Επειδή το σημείο Z είναι το δεύτερο σημείο δεξιά της μεσοκαθέτου όπου έχουμε ενισχυτική συμβολή, ισχύουν οι σχέσεις:

$$(BZ) - (\Gamma Z) = 2\lambda \quad (1)$$

$$(BZ) + (\Gamma Z) = 6\lambda \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε: $2(BZ) = 8\lambda$ ή $(BZ) = 4\lambda$ ή $4\lambda = 8m$ ή $\lambda = 2m$

Η κινητική ενέργεια του φελλού μηδενίζεται στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της κινητικής ενέργειας είναι $\frac{T}{2}$.

Επομένως: $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{10} s$ ή $T = \frac{2}{10} s$ ή $T = 0,2 s$

Δ2. Σε κάθε περίοδο ο φελλός διανύει διάστημα $s_1 = 4A'_z$. Άρα, σε χρονικό διάστημα

$10T$ το σημείο Ο διανύει διάστημα $s_1 = 40A'_z = 0,8m$. Επομένως: $A'_z = \frac{0,8m}{40}$ ή

$$A'_z = 0,02m$$

Γνωρίζουμε ότι $r_1 = (BZ) = 8m$ και $r_2 = (\Gamma Z) = 4m$.

Επομένως:

$$y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{BZ}{\lambda}\right) \Rightarrow y_1 = 0,01\eta\mu 2\pi(5t - 4) \quad (SI), \quad t \geq 0,8s$$

$$\text{και} \quad y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\Gamma Z}{\lambda}\right) \Rightarrow y_2 = 0,01\eta\mu 2\pi(5t - 2) \quad (SI), \quad t \geq 0,4s$$

Η εξίσωση της ταλάντωσης του φελλού λόγω της συμβολής των δύο κυμάτων είναι:

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) \Rightarrow y = 0,02\eta\mu 2\pi(5t - 3) \quad (SI), \quad t \geq 0,8s.$$

Δ3. Για $0 \leq t < 0,4s$ ο φελλός είναι ακίνητος.

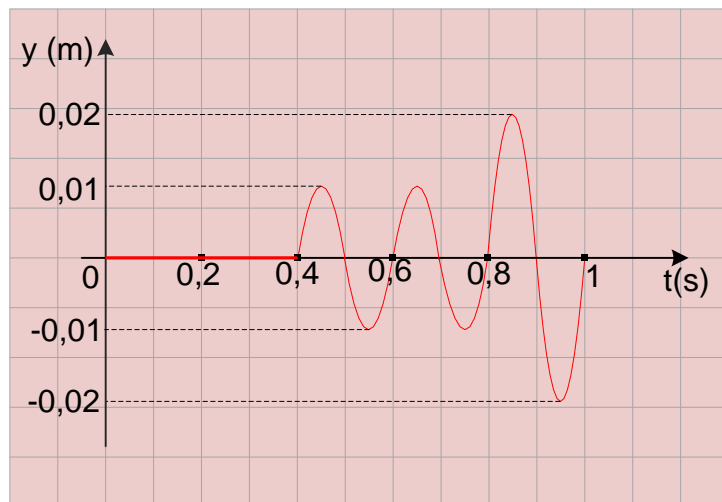
Για $0,4s \leq t < 0,8s$ η απομάκρυνση του φελλού δίνεται από την εξίσωση

$$y_2 = 0,01\eta\mu 2\pi(5t - 2) \quad (SI).$$

Για $0,8s \leq t \leq 1s$ η

απομάκρυνση του φελλού δίνεται από την εξίσωση

$$y = 0,02\eta\mu 2\pi(5t - 3) \quad (SI).$$



Δ4. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,6s$ ο φελλός ταλαντώνεται λόγω του κύματος από την πηγή P_2 . Επομένως, η ταχύτητα του φελλού τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v_1 = \omega A \sigma\upsilon\nu 2\pi(5t - 2) = 10\pi \cdot 0,01 \sigma\upsilon\nu 2\pi(5 \cdot 0,6 - 2) m/s = \frac{\pi}{10} m/s = 0,314 m/s$$

Η ταχύτητα που καταγράφει ο ανιχνευτής τη χρονική στιγμή t_1 δίνεται από τη σχέση:

$$v_{A_1} = v_{\eta\zeta} + v_1 = 340,314 \text{ m/s}$$

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 1 \text{ s}$ ο φελλός ταλαντώνεται λόγω συμβολής των κυμάτων.

Επομένως:

$$v_2 = \omega 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi(5t - 3) = 10\pi \cdot 0,02 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi(5 \cdot 1 - 3) (\text{m/s}) \Rightarrow$$

$$v_2 = 0,2\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 4\pi (\text{m/s}) \Rightarrow v_2 = 0,628 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής τη χρονική στιγμή t_2 δίνεται από τη σχέση:

$$f_{A_2} = \frac{v_{\eta\zeta} + v_2}{v_{\eta\zeta} + v_s} f_s = \frac{340 + 0,628}{340 + 5} \cdot 690 \text{ Hz} = 681,256 \text{ Hz}$$

Δ5. Η νέα συχνότητα ταλάντωσης των πηγών είναι: $f' = f + \frac{25}{100} f = \frac{5}{4} f$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων δε μεταβάλλεται, επειδή εξαρτάται μόνο από τη φύση του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα. Από τις σχέσεις $v = \lambda f$ και $v = \lambda' f'$ προκύπτει:

$$\lambda f = \lambda' f' \quad \text{ή} \quad \lambda' = \frac{\lambda f}{f'} \quad \text{ή} \quad \lambda' = \frac{\lambda f}{5f/4} \quad \text{ή} \quad \lambda' = \frac{4\lambda}{5}$$

Το πλάτος της ταλάντωσης του φελλού λόγω της συμβολής των κυμάτων υπολογίζεται από τη σχέση:

$$A'_Z = \left| 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda'} \right| = \left| 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{2\lambda}{2\lambda'} \right| = \left| 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{\lambda}{\frac{4}{5}\lambda} \right| \Rightarrow A'_Z = \left| 2A \sigma\upsilon\nu \frac{5\pi}{2} \right| = 0$$

Επομένως, στο σημείο Z όπου βρίσκεται ο φελλός έχουμε απόσβεση και ο φελλός παραμένει συνεχώς ακίνητος μετά τη συμβολή των κυμάτων.

Η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής τη χρονική στιγμή $t_3 = 1,2 \text{ s}$ δίνεται από τη

$$\text{σχέση: } f_{A_3} = \frac{v_{\eta\zeta}}{v_{\eta\zeta} + v_s} f_s = 680 \text{ Hz}.$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Το διαγώνισμα επιμελήθηκε ο Παπαθεοδώρου Χαράλαμπος - Φυσικός

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό.