

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

6<sup>ο</sup> ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1α. (β)            A1β. (β)  
A2α. (δ)            A2β. (α)  
A3α. (γ)            A3β. (β)  
A4α. (γ)            A4β. (δ)  
A5. α. Σ            β. Σ            γ. Λ            δ. Λ            ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Από τη σχέση μεταξύ των μέτρων των αρχικών ορμών έχουμε:

$$p_B = 2p_A \quad \text{ή} \quad m_B v_B = 2m_A v_A \quad \text{ή} \\ 4m_A v_B = 2m_A v_A \quad \text{ή} \quad v_A = 2v_B$$

Η ορμή του συστήματος πριν την κρούση είναι :

$$p_{\text{συσ}}^{\text{αρχ}} = \sqrt{p_A^2 + p_B^2} = \sqrt{p_A^2 + (2p_A)^2} \Rightarrow p_{\text{συσ}}^{\text{αρχ}} = p_A \sqrt{5}$$

Η αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση δίνει:

$$p_{\text{συσ}}^{\text{τελ}} = p_{\text{συσ}}^{\text{αρχ}} \Rightarrow (m_A + m_B)V = m_A v_A \sqrt{5} \quad \text{ή} \quad 5m_A V = m_A v_A \sqrt{5} \quad \text{ή} \quad V = \frac{v_A}{\sqrt{5}}$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος Α πριν την κρούση είναι  $K_A = \frac{1}{2} m_A v_A^2 = K$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι

$$K_{\text{συσ}} = \frac{1}{2} (m_A + m_B)V^2 = \frac{1}{2} 5m_A \frac{v_A^2}{5} = K$$

B2. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Η ισχύς της δύναμης είναι

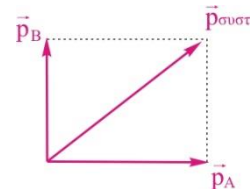
$$P = \frac{dW_F}{dt} = \frac{FR \cdot d\theta}{dt} = FR\omega \quad , \quad (1)$$

Τη στιγμή  $t_1$  η ισχύς είναι  $P_1$  και η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου  $\omega_1$ . Τη χρονική στιγμή  $t_2$  η ισχύς  $P_2$  είναι  $3P_1$  επομένως

$$P_2 = 3P_1 \quad \text{ή} \quad FR\omega_2 = 3FR\omega_1 \quad \text{ή} \quad \omega_2 = 3\omega_1$$

Το έργο της δύναμης από τη στιγμή  $t_1$  ως τη στιγμή  $t_2$  είναι:

$$W_F = \Delta K = \frac{1}{2} I (\omega_2^2 - \omega_1^2) \quad \text{ή} \quad W_F = 4I\omega_1^2 \xrightarrow{(1)} W_F = 4I \frac{P_1^2}{F^2 R^2}$$



**B3.** Σωστή απάντηση είναι η (B).

Πριν την κεντρική και ελαστική κρούση, η πηγή S πλησιάζει με ταχύτητα  $u_{\eta\kappa}/5$  και ο ακίνητος δέκτης καταγράφει συχνότητα

$$f_1 = f_s \frac{u_{\eta\kappa}}{u_{\eta\kappa} - u_s} = f_s \frac{u_{\eta\kappa}}{u_{\eta\kappa} - \frac{u_{\eta\kappa}}{5}} = \frac{5}{4} f_s \quad , \quad (1)$$

Μετά την κρούση, τα σώματα θα κινηθούν με ταχύτητες:  
η πηγή:

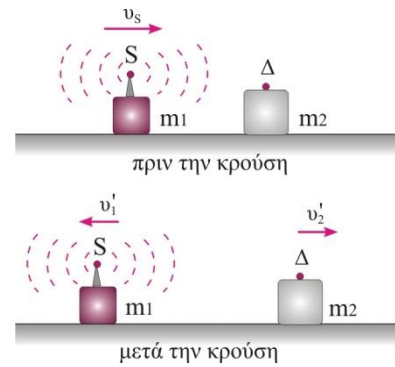
$$u'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_s = \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1} u_s = -\frac{u_s}{2} \quad \text{ή} \quad u'_1 = -\frac{u_{\eta\kappa}}{10} \quad ,$$

ο δέκτης:  $u'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_s = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1} u_s = \frac{u_s}{2} \quad \text{ή} \quad u'_2 = \frac{u_{\eta\kappa}}{10} \quad .$

Ο δέκτης καταγράφει συχνότητα

$$f_2 = f_s \frac{u_{\eta\kappa} - u_A}{u_{\eta\kappa} + u_s} = f_s \frac{u_{\eta\kappa} - |u'_1|}{u_{\eta\kappa} + u'_2} = f_s \frac{u_{\eta\kappa} - \frac{u_{\eta\kappa}}{10}}{u_{\eta\kappa} + \frac{u_{\eta\kappa}}{10}} = \frac{9}{11} f_s \quad , \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) παίρνουμε:  $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{5}{4} f_s}{\frac{9}{11} f_s} = \frac{55}{36} \quad .$



**B4.** Σωστή απάντηση είναι η (α).

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για τα σημεία 1 και 2 μιας οριζόντιας ρευματικής γραμμής

$$\frac{1}{2} \rho u_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} \rho u_2^2 + p_2 \quad , \quad (1)$$

όπου

$$p_1 = p_{ατμ} + \rho g h_1 \quad (2) \quad , \quad p_2 = p_{ατμ} + \rho g h_2 \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), (2), (3) έχουμε:

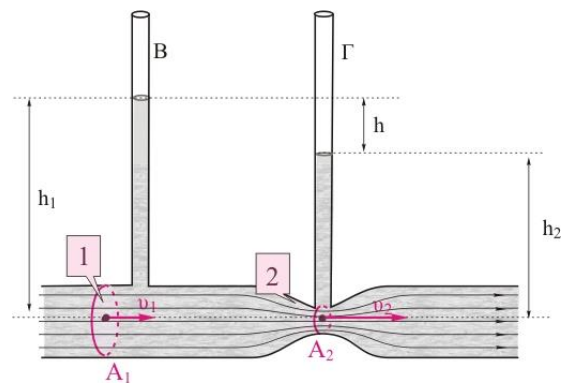
$$\frac{1}{2} \rho u_1^2 + \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho u_2^2 + \rho g h_2 \quad \text{ή} \quad 2g(h_1 - h_2) = u_2^2 - u_1^2 \quad \text{ή} \quad 2gh = u_2^2 - u_1^2 \quad , \quad (4)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση της συνέχειας, η παροχή του σωλήνα είναι σταθερή, επομένως

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 \quad \text{ή} \quad 3A_2 u_1 = A_2 u_2 \quad \text{ή} \quad u_2 = 3u_1 \quad .$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (4) παίρνουμε

$$2gh = 8u_1^2 \quad \text{ή} \quad u_1 = \frac{\sqrt{gh}}{2} \quad .$$



### ΘΕΜΑ Γ

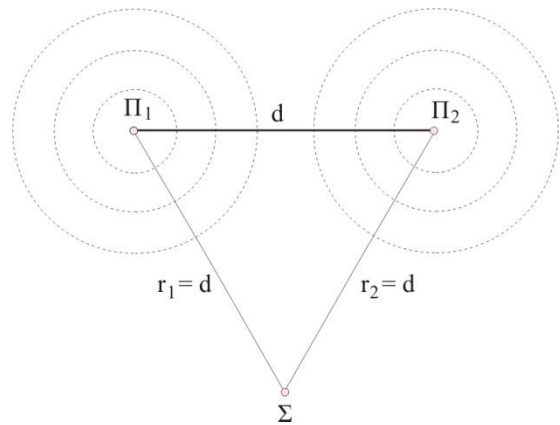
Γ1. Το  $\Sigma$  είναι σημείο της μεσοκαθέτου, επομένως ισαπέχει από τις πηγές ( $r_1=r_2=d$ ) και ταλαντώνεται με πλάτος  $2A=0,1\text{m}$ . Συγκρίνοντας την εξίσωση ταλάντωσης του  $\Sigma$ ,

$$y_{\Sigma} = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{2} - 5 \right), \quad (\text{S.I.})$$

με τη γενική εξίσωση της συμβολής

$$y = 2A \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{2\lambda} \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

προκύπτει  $A=0,05\text{m}$  και  $T=2\text{s}$ .



Γ2. Ο λόγος της ταχύτητας διάδοσης των δύο κυμάτων προς την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου  $\Sigma$  είναι

$$\frac{v}{v_{\Sigma, \max}} = \frac{5}{\pi} \quad \text{ή} \quad \frac{f \cdot \lambda}{2\pi f \cdot 2A} = \frac{5}{\pi} \quad \text{ή} \quad \frac{\lambda}{2 \cdot 0,1\text{m}} = 5 \quad \text{ή} \quad \lambda = 1\text{m}.$$

Επομένως η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο υγρό είναι

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1\text{m}}{2\text{s}} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Συγκρίνοντας την εξίσωση ταλάντωσης του  $\Sigma$  με τη γενική εξίσωση της συμβολής παίρνουμε

$$\frac{r_1 + r_2}{2\lambda} = 5 \quad \text{ή} \quad r_1 + r_2 = 10\lambda = 10\text{m} \quad \text{και λόγω του} \quad r_1 = r_2 = d$$

$$\text{είναι} \quad r_1 = 5\text{m} \quad \text{ή} \quad d = 5\text{m}.$$

Γ3. Όταν το  $\Sigma$  βρεθεί στην ακραία αρνητική του απομάκρυνση ισχύει:

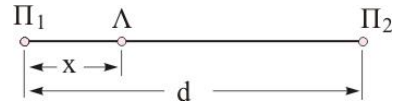
$$y_{\Sigma} = -0,1\text{m} \quad \text{ή} \quad -0,1 = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{2} - 5 \right) \quad \text{ή} \quad \eta\mu \frac{3\pi}{2} = \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{2} - 5 \right) \quad \text{ή}$$

$$\frac{3\pi}{2} + 2\kappa\pi = 2\pi \left( \frac{t}{2} - 5 \right) \quad \text{ή} \quad t = 11,5 + 2\kappa, \quad (\text{SI})$$

Το  $\Sigma$  θα βρεθεί στην ακραία αρνητική του θέση για  $2^{\text{η}}$  φορά όταν  $\kappa=1$ , επομένως

$$t = (11,5 + 2 \cdot 1)\text{s} \quad \text{ή} \quad t = 13,5\text{s}.$$

Γ4. Έστω το σημείο ενισχυτικής συμβολής, Λ, που βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τις δύο πηγές. Το σημείο Λ απέχει x από την Π<sub>1</sub> και d-x από την Π<sub>2</sub>. Ισχύει:



$$x - (d - x) = N\lambda \quad \text{ή} \quad 2x - d = N\lambda \quad \text{ή}$$

$$x = \frac{d}{2} + N\frac{\lambda}{2} \quad \text{ή} \quad x = 2,5 + 0,5N, \quad (\text{SI})$$

Για τη θέση του σημείου Λ πρέπει

$$0 < x < 5\text{m} \Rightarrow 0 < 2,5 + 0,5N < 5\text{m} \quad \text{ή} \quad -5 < N < 5, \quad \text{όπου } N \text{ ακέραιος.}$$

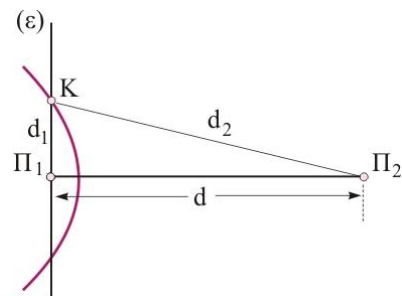
Επομένως  $N = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ . Άρα, μεταξύ των δύο πηγών βρίσκονται 9 υπερβολές ενίσχυσης.

Γ5. Η υπερβολή που βρίσκεται πιο κοντά στην πηγή Π<sub>1</sub> είναι αυτή που αντιστοιχεί στο  $N = -4$ .

Η υπερβολή αυτή τέμνει την ευθεία (ε) στο σημείο Κ. Για το σημείο Κ ισχύει

$$d_1 - d_2 = N\lambda \quad \text{ή} \quad d_1 - d_2 = -4 \cdot 1\text{m} \quad \text{ή}$$

$$d_2 - d_1 = 4\text{m}, \quad (1)$$



Το τρίγωνο ΚΠ<sub>1</sub>Π<sub>2</sub> είναι ορθογώνιο, επομένως

$$d^2 + d_1^2 = d_2^2 \quad \text{ή} \quad 25\text{m}^2 + d_1^2 = d_2^2, \quad (2)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), (2) παίρνουμε

$$25\text{m}^2 + d_1^2 = (4\text{m} + d_1)^2 \quad \text{ή} \quad d_1 = \frac{9}{8}\text{m}.$$

## ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το σώμα Σ<sub>1</sub> κινείται με την επίδραση του βάρους του και της τάσης του νήματος Τ. Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής για το σώμα Σ<sub>1</sub> δίνει

$$\Sigma F_1 = m_1 \alpha_1 \Rightarrow m_1 g - T = m_1 \alpha_1 \quad (1)$$

Η τροχαλία στρέφεται μόνο από τη ροπή που δημιουργεί η τάση του νήματος Τ. Έτσι ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής για τη στροφική κίνηση της τροχαλίας δίνει:

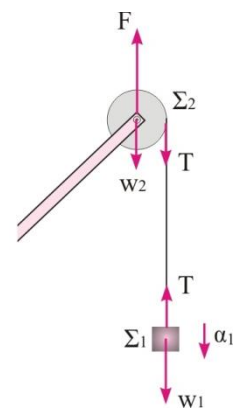
$$\Sigma \tau = I \alpha_\gamma \Rightarrow TR = \frac{1}{2} m_2 R^2 \alpha_\gamma \Rightarrow T = \frac{1}{2} m_2 R \alpha_\gamma \quad (2)$$

Η επιτάχυνση του σώματος Σ<sub>1</sub>, ισούται με την επιτρόχιο επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας, δηλαδή έχουμε:

$$\alpha_1 = \alpha_{\text{επιτρο}} = \frac{dv_{\gamma\rho}}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \alpha_\gamma R$$

$$\text{Έτσι η σχέση (2) γίνεται } T = \frac{1}{2} m_2 \alpha_1 \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (1) και (3) προκύπτει



$$m_1 g - \frac{1}{2} m_2 \alpha_1 = m_1 \alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{m_1 g}{m_1 + \frac{m_2}{2}} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ kg} + \frac{2 \text{ kg}}{2}} \Rightarrow \alpha_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται με το  $\Sigma_3$ , αφού καλύψει την απόσταση  $h$ , μετά από χρόνο  $t$

$$h = \frac{1}{2} \alpha_1 t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{\alpha_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,4 \text{ m}}{5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0,4 \text{ s}.$$

Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται με το  $\Sigma_3$ , με ταχύτητα

$$v_1 = \alpha_1 t = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,4 \text{ s} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Δ2.** Στην τροχαλία, που ισορροπεί μεταφορικά, ασκούνται:

- το βάρος της  $w_2$ ,
- η τάση του νήματος  $T$ . Η σχέση (3) δίνει

$$T = \frac{1}{2} m_2 \alpha_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kg} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5 \text{ N}.$$

- η δύναμη  $F$  από τη σανίδα ΟΔ στο άξονά της.

Από την ισορροπία της, προκύπτει

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F = w_2 + T = m_2 g + T = 2 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 5 \text{ N} \Rightarrow F = 25 \text{ N}.$$

**Δ3.** Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας είναι

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_T}{dt} = \frac{TRd\theta}{dt} = TR\omega = Tv_1 = 5 \text{ N} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 10 \frac{\text{J}}{\text{s}}.$$

**Δ4.** Η εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε σχέση με το χρόνο είναι

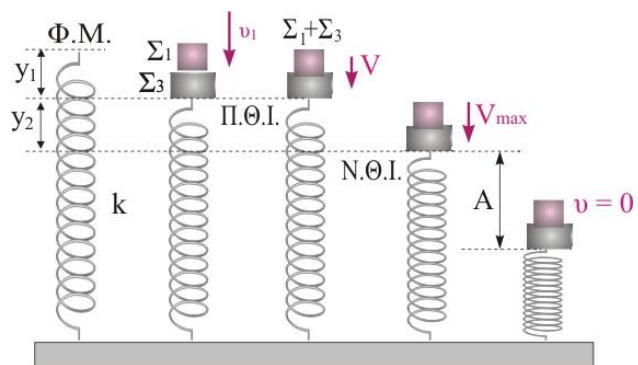
$$y = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \quad (4)$$

Στην αρχική θέση ισορροπίας, το σώμα  $\Sigma_3$  ισορροπεί με την επίδραση του βάρους του και της δύναμης του ελατηρίου. Είναι

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w_3 = F_{ελ} \Rightarrow$$

$$m_3 g = ky_1 \Rightarrow y_1 = \frac{m_3 g}{k} \Rightarrow$$

$$y_1 = \frac{\frac{1}{3} \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{100 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \Rightarrow y_1 = \frac{1}{30} \text{ m}.$$



Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με θέση ισορροπίας η οποία είναι μετατοπισμένη προς τα κάτω κατά  $y_2$  από την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος  $\Sigma_3$ . Η μετατόπιση  $y_2$  βρίσκεται από τη συνθήκη ισορροπίας στη νέα θέση

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w_{1,3} = F_{ελ} \Rightarrow (m_1 + m_3)g = k(y_1 + y_2) \Rightarrow y_2 = \frac{(m_1 + m_3)g}{k} - y_1 \Rightarrow$$

$$y_2 = \frac{\left(1\text{kg} + \frac{1}{3}\text{kg}\right) \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{100 \frac{\text{N}}{\text{m}}} - \frac{1}{30} \text{m} \Rightarrow y_2 = 0,1\text{m}.$$

Το συσσωμάτωμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_3}} = \sqrt{\frac{100 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{1\text{kg} + \frac{1}{3}\text{kg}}} = 5\sqrt{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Για την πλαστική κρούση εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής, για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος  $V$ , αμέσως μετά την κρούση

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = (m_1 + m_3) |V| \Rightarrow |V| = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_3} \Rightarrow |V| = \frac{1\text{kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1\text{kg} + \frac{1}{3}\text{kg}} \Rightarrow |V| = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του συσσωματώματος, μεταξύ της θέσης αμέσως μετά την κρούση, η οποία απέχει  $y_2$  από τη νέα θέση ισορροπίας και της ακραίας θέσης, βρίσκουμε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_3) V^2 + \frac{1}{2} k y_2^2 \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{y_2^2 + \frac{(m_1 + m_3) V^2}{k}} \Rightarrow A = \sqrt{(0,1\text{m})^2 + \frac{\left(1\text{kg} + \frac{1}{3}\text{kg}\right) \left(1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{100 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} \Rightarrow$$

$$A = 0,2\text{m}.$$

Θα υπολογίσουμε την αρχική φάση της ταλάντωσης. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση  $y=y_2$ , εφόσον λάβουμε ως θετική φορά προς τα πάνω και έχει αρνητική ταχύτητα. Αντικαθιστούμε στη σχέση (4) και έχουμε

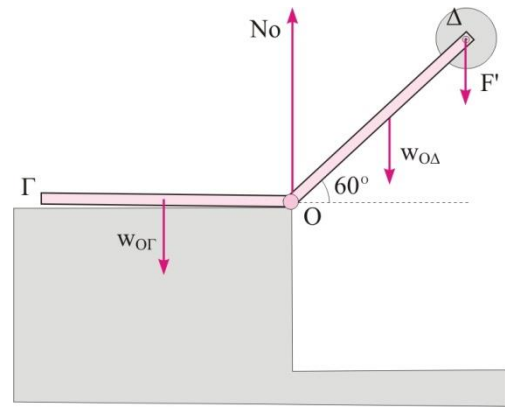
$$y = A \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow 0,1\text{m} = 0,2\text{m} \cdot \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\varphi_0 = \left\{ \begin{array}{l} 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{array} \right\} \xrightarrow{\kappa=0} \varphi_0 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{6} \\ \frac{5\pi}{6} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} (5) \\ (6) \end{array}$$

Από τις δύο λύσεις γίνεται δεκτή η (6), γιατί η ταχύτητα είναι αρνητική. Έτσι η εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε σχέση με το χρόνο είναι

$$y = 0,2 \cdot \eta \mu \left( 5\sqrt{3}t + \frac{5\pi}{6} \right) \quad (\text{SI})$$

**Δ5.** Όπως βρήκαμε στο ερώτημα Δ2, η σανίδα ΟΔ ασκεί στον άξονα της τροχαλίας δύναμη μέτρου  $F=25\text{N}$  με φορά κατακόρυφα προς τα πάνω. Σύμφωνα με τον 3<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα και ο άξονας της τροχαλίας ασκεί στη σανίδα ΟΔ, δύναμη μέτρου  $F'=25\text{N}$  κατακόρυφα προς τα κάτω. Για να μην ανατραπεί το σύστημα των σανίδων ΓΟΔ πρέπει η ροπή του βάρους της σανίδας ΟΓ, ως προς το σημείο Ο, να υπερνικά το άθροισμα των ροπών που προκαλούν το βάρος της σανίδας ΟΔ και η δύναμη  $F'$ . Στην οριακή περίπτωση που πάει να ανατραπεί το σύστημα, η δύναμη στήριξης από το τραπέζι θα ασκείται στο σημείο Ο, άρα δεν θα έχει ροπή. Έτσι έχουμε



$$\tau_{w_{O\Gamma}(O)} \geq |\tau_{w_{O\Delta}(O)}| + |\tau_{F'(O)}| \geq 0 \Rightarrow Mg \frac{1}{2} \geq Mg \frac{1}{2} \sin 60^\circ + F' l \sin 60^\circ \Rightarrow$$
$$M \geq \frac{F' \sin 60^\circ}{g \frac{1}{2} - g \frac{1}{2} \sin 60^\circ} = \frac{25\text{N} \cdot \frac{1}{2}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{4}} \Rightarrow M \geq 5\text{kg}.$$

Άρα η ελάχιστη τιμή της μάζας που μπορεί να έχει η κάθε μια από τις σανίδες ΟΓ και ΟΔ, ώστε το σύστημά τους να μην ανατραπεί, είναι  $M_{\min}=5\text{kg}$ .

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι Κορκίζογλου Πρόδρομος, Μπετσάκος Παναγιώτης και Ποντικός Ηλίας, Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον Παλόγο Αντώνιο.