Διαγώνισμα *Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου*

Επαναληπτικά Θέματα Φυσικής

Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα Α

Α.1. Το σώμα μάζας m του σχήματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μέσα σε ρευστό από το οποίο δέχεται δύναμη της μορφής $F = -bv$ με b =σταθ. Ο τροχός περιστρέφεται με συχνότητα f. Αν η σταθερά του ελατηρίου είναι k:

(γ) το σώμα εκτελεί ταλάντωση με συχνότητα f

Α.2. Η διατήρηση της ενέργειας ισχύει :

(β) σε κάθε είδους κρούσεις.

Α.3. Στην επιφάνεια υγρού συμβάλλουν δύο αρμονικά κύματα που προέρχονται από δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2. Ένα σημείο Μ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές $r_1 = 3\lambda$ και $r_2 = 1,5\lambda$ αντίστοιχα. Τα κύματα φτάνουν στο Μ με διαφορά φάσης :

(γ) 3π

Α.4. Ένα πραγματικό ρευστό ρέει σε οριζόντιο σωλήνα σταθερής διατομής με σταθερή ταχύτητα. Η πίεση κατά μήκος του σωλήνα στην κατεύθυνση ροής του ρευστού μπορεί να δίνεται από το διάγραμμα.

(ii)

Α.5.

(α) Ένα ελεύθερο στερεό μπορεί να περιστραφεί υπό την επίδραση του βάρους του. **Λάθος**

(β) Περίοδος του διακροτήματος είναι ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς της απομάκρυνσης. **Λάθος**

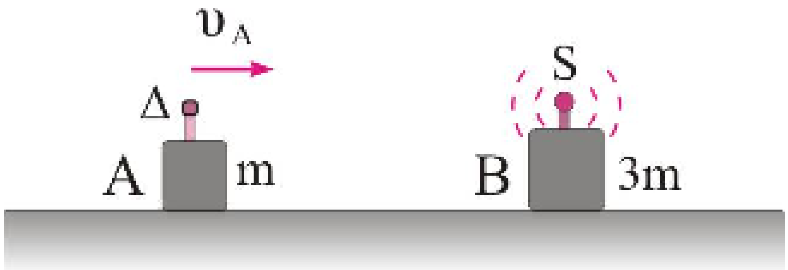
(γ) Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται μόνο στα στερεά σώματα. **Λάθος**

(δ) η υδροστατική πίεση στον πυθμένα ενός δοχείου που περιέχει υγρό, εξαρτάται από το εμβαδόν του πυθμένα. **Λάθος**

(ε) Στο στάσιμο κύμα που δημιουργείται σε μια χορδή κιθάρας , η ενέργεια που είναι εγκλωβισμένη μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών μοιράζεται ισόποσα σε όλα τα υλικά σημεία. **Λάθος**

Θέμα Β

Β.1. Το σώμα Α μάζας m κινείται προς το ακίνητο σώμα Β μάζας $3m$ με ταχύτητα μέτρου $\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{5}$ και συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με αυτό. Το σώμα Β περιέχει ηχητική πηγή S που εκπέμπει κύματα σταθερής συχνότητας f_s, ενώ το Α περιέχει δέκτη Δ που την καταγράφει. Η συχνότητα f_2 που καταγράφει ο δέκτης μετά την κρούση και η συχνότητα f_s συνδέονται με τη σχέση :



(γ) $f_2 = \frac{9}{11} f_s$

Για την ελαστική κρούση ισχύει ότι:

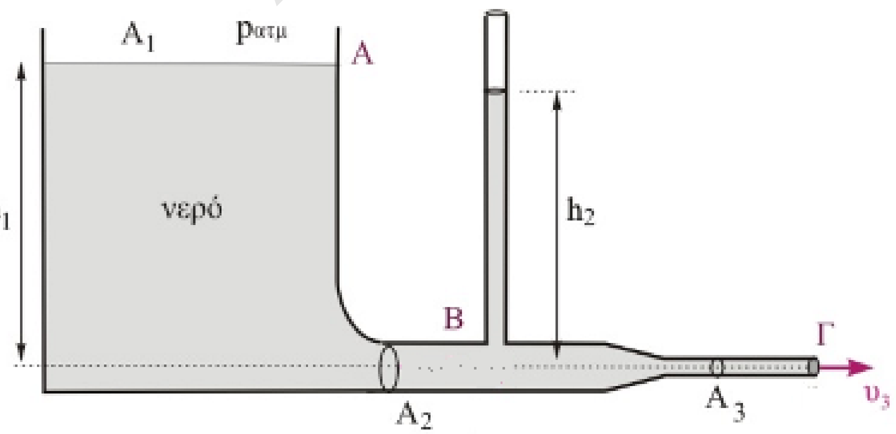
$$\upsilon'_A = \frac{m-2m}{m+2m}\upsilon_A = -\frac{\upsilon_A}{2} = -\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}$$

$$\upsilon_s = \frac{2m}{m+2m}\upsilon_A = \frac{\upsilon_A}{2} = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}$$

Η ζητούμενη συχνότητα θα είναι:

$$f_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon'_A}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_S} f_1 \Rightarrow f_2 = \frac{9}{11} f_s$$

Β.2. Το δοχείο μεγάλης επιφάνειας, που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, είναι ανοικτό και γεμάτο με νερό. Η επιφάνεια της διατομής του δοχείου είναι A_1 και στο κατώτερο σημείο του πλευρικού τοιχώματος, σε βάθος h_1 από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού, υπάρχει μικρό άνοιγμα από το οποίο εξέρχεται σωλήνας Β, με εμβαδό εσωτερικής διατομής A_2. Ο σωλήνας στη συνέχεια στενεύει σε μικρότερο σωλήνα Γ, με εμβαδό εσωτερικής διατομής A_3 με $A_2 = 2A_3$.



Οι διατομές A_2 και A_3 είναι πολύ μικρότερες από την επιφάνεια του δοχείου A_1. Από το σωλήνα Γ το νερό εξέρχεται με ταχύτητα υ_3 στον αέρα. Πάνω στο σωλήνα Β είναι προσαρμοσμένος λεπτός κατακόρυφος ανοικτός σωλήνας, στον οποίο η στήλη νερού έχει ύψος h_2 για το οποίο ισχύει ότι:

(γ) $h_2 = \dfrac{3h_1}{4}$

Από την εξίσωση της συνέχειας για τις ταχύτητες στις δύο διαφορετικές διατομές του οριζόντιου σωλήνα ισχύει ότι:

$$\Pi_2 = \Pi_3 \Rightarrow A_2 \upsilon_2 = A_3 \upsilon_3 \Rightarrow 2\upsilon_2 = \upsilon_3 \tag{1}$$

Εφαρμόζω Bernoulli από την ελεύθερη επιφάνεια του δοχείου (η οποία είναι πρακτικά ακίνητη) μέχρι το σημείο εξόδου Γ.

$$P_{atm} + 0 + \rho g h_1 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho \upsilon_3^2 + 0 \Rightarrow \tag{2}$$

Εφαρμόζω Bernoulli από το σημείο Β μέχρι το σημείο εξόδου Γ

$$P_B + \frac{1}{2}\rho \upsilon_2^2 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho \upsilon_3^2 \tag{3}$$

Για την κατακόρυφη στήλη στον λεπτό σωλήνα Β έχω ισορροπία, οπότε:

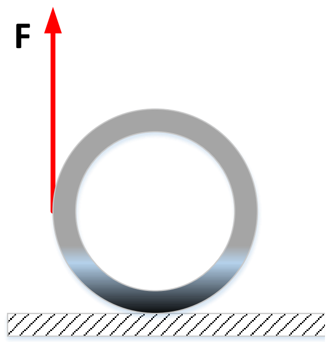
$$P_B = P_{atm} + \rho g h_2 \tag{4}$$

Από το σύστημα (1) , (2) , (3) , (4)προκύπτει η απάντηση

B.3. Ομογενής λεπτός δακτύλιος μάζας Mκαι ακτίνας R, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση κατακόρυφης εφαπτομενικής δύναμης F όπως στο σχήμα.

Αν σας δίνεται ότι ο συντελεστής στατικής τριβής ανάμεσα στον δακτύλιο και το δάπεδο είναι $\mu_s = 0,5$ τότε για το μέτρο της δύναμης F ισχύει η σχέση:

(β) $F \leq \dfrac{Mg}{2}$



Στο σώμα ασκούνται επιπλέον το βάρος (W) , η κάθετη δύναμη από το δάπεδο (N) και η στατική τριβή (T_s). Η μόνη οριζόντια δύναμη είναι η στατική τριβή η οποία θα πρέπει να έχει την ίδια φορά με την επιτάχυνση του κέντρου μάζας προς τα δεξιά.

$$\Sigma F_x = M\alpha_{cm} \Rightarrow T_s = M\alpha_{cm} \tag{5}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F + N = Mg \tag{6}$$

$$\Sigma\tau = I\alpha_\gamma \Rightarrow FR - T_sR = I\alpha_\gamma \tag{7}$$

$$\alpha_{cm} = \alpha_\gamma R \tag{8}$$

Επίσης χωρίζοντας το στερεό σε N στοιχειώδεις μάζες ($m_1, m_2, ...m_N$) μπορούμε να υπολογίσουμε την ροπή αδράνειας ως προς το κέντρο μάζας:

$$I = m_1R^2 + m_2R^2 + ...m_NR^2 = MR^2$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι $T_s = \dfrac{F}{2}$. Για να έχω κύλιση χωρίς ταυτόχρονη ολίσθηση θα πρέπει:

$$T_s \le \mu_s N.... \Rightarrow F \le \frac{Mg}{2}$$

Θέμα Γ

Το ένα άκρο μιας ομογενούς και ισοπαχούς χορδής, μήκους $L = 2,2m$, που εκτείνεται κατά την διεύθυνση του θετικού ημιάξονα Ox είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο Γ ($x = L$) και το ελεύθερο άκρο του Ο ($x = 0$)μπορεί να εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση συχνότητας $f = 5Hz$ και πλάτους A.

Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται αφού διαδοθεί κατά μήκος της χορδής ανακλάται, στο σημείο Γ με αποτέλεσμα το προσπίπτον και το ανακλώμενο κύμα συμβάλλοντας να δημιουργούν στάσιμο κύμα με κοιλία στην θέση Ο. Το σημείο αυτό διέρχεται από την Θέση Ισορροπίας του την $t = 0$ με θετική ταχύτητα μέτρου $4\pi\ m/s$. Τέλος στην χορδή εμφανίζονται συνολικά 6 σημεία που παραμένουν συνεχώς ακίνητα μετά την συμβολή των δύο κυμάτων.

Γ.1 Να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης του προσπίπτοντος κύματος στην χορδή.

Το σημείο Ο είναι κοιλία του στάσιμου κύματος, οπότε:

$$v_{max} = \omega A' = 2\pi f 2A \Rightarrow A = 0,2m$$

Για την χορδή ισχύει ότι:

$$L = \frac{5\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 0,8m$$

Η ταχύτητα διάδοσης θα είναι: $v = \lambda f = 4m/s$

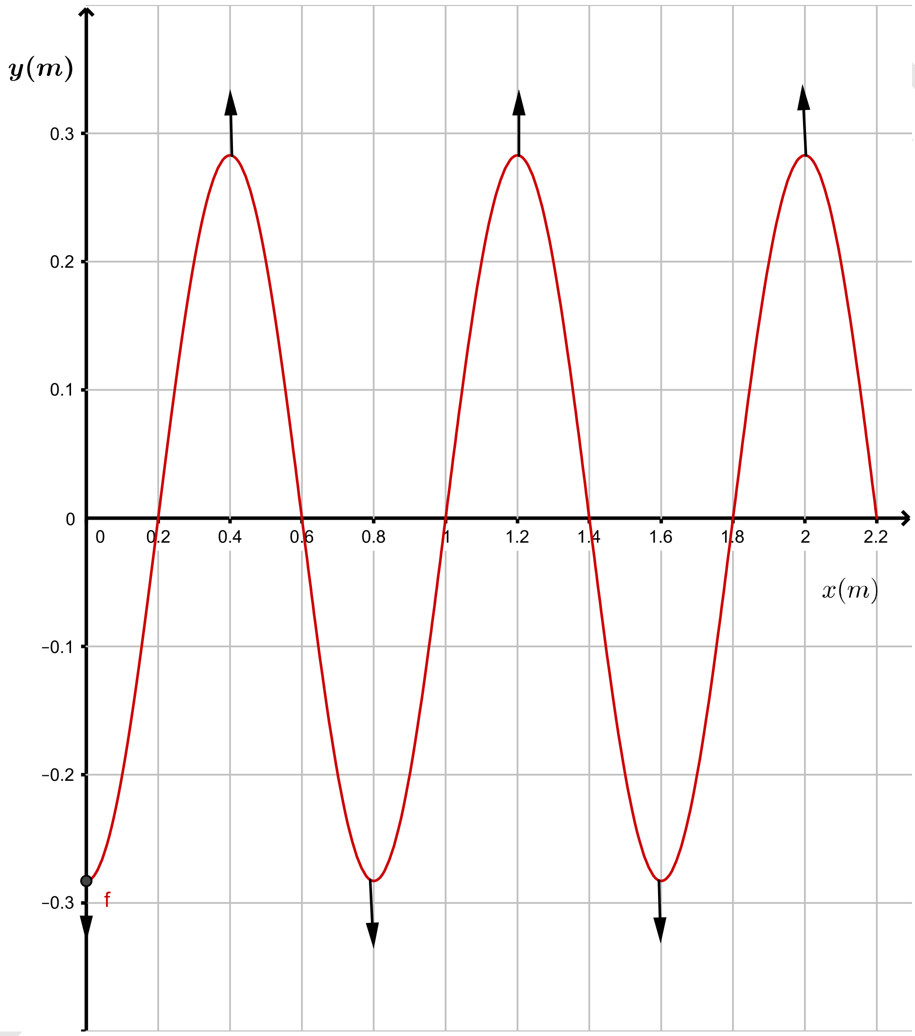
Γ.2 Να γραφτεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος.

$$y = 0,4\sigma\upsilon\nu\left(2,5\pi x\right)\eta\mu\left(10\pi t\right)$$

Γ.3 Να γίνει το στιγμιότυπο του κύματος την στιγμή $t = 0,125s$.

Η απομάκρυνση του Ο την στιγμή που μας δίνεται θα είναι:

$y = 0,4\eta\mu\left(10\pi \cdot 0.125\right) = -0,2\sqrt{2}m$ *και η ταχύτητα ταλάντωσης θα είναι αρνητική.*



Γ.4 Να βρεθούν οι θέσεις ισορροπίας των σημείων της χορδής που εξαιτίας του στάσιμου κύματος θα ταλαντώνονται με πλάτος A.

Για τα ζητούμενα σημεία πρέπει:

$$A' = A \Rightarrow |2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)| = A \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = \pm\frac{1}{2}$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \kappa\lambda \pm \frac{\lambda}{6} \quad \kappa \in Z$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = 2\kappa\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \kappa\lambda \pm \frac{\lambda}{3} \quad \kappa \in Z$$

Από τις παραπάνω σχέσεις και με τον περιορισμό ότι τα σημεία θα πρέπει να βρίσκονται πάνω στην χορδή ($x \in [0, L]$ θα βρω 11 σημεία.

Γ.5 Να βρεθεί η περίοδος ταλάντωσης των σημείων της χορδής, ώστε να διπλασιαστεί ο αριθμός των κοιλιών που εμφανίζονται στην χορδή.

Αν διπλασιαστεί ο αριθμός των κοιλιών στην χορδή, εύκολα διαπιστώνω με ένα σχήμα ότι:

$$L = 11\frac{\lambda'}{2} + \frac{\lambda'}{4} = 23\frac{\lambda'}{4} \Rightarrow 11\frac{\lambda}{4} = 23\frac{\lambda'}{4} \Rightarrow f' = \frac{23}{11}f \Rightarrow T' = \frac{11}{23}T = ...$$

Θέμα Δ

Η διπλή τροχαλία του σχήματος μάζας $M = 4kg$ αποτελείται από δύο ομογενής ομοαξονικούς δίσκους κολλημένους μεταξύ τους. Γύρω από την περιφέρεια του δίσκου ακτίνας $R = 10cm$ είναι τυλιγμένο νήμα 1 που το ελεύθερο άκρο του είναι στερεωμένο σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k_1 = 100N/m$. Στην περιφέρεια του δεύτερου δίσκου ακτίνας $2R$ είναι τυλιγμένο νήμα 2 που το άλλο άκρο του είναι δεμένο σε σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1kg$, το οποίο είναι συνδεδεμένο μέσο νήματος 3 με δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = m_1$. Το τελευταίο είναι στερεωμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k_2 = k_1$ που έχει το άλλο άκρο του ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο.

Σας δίνεται ότι το παραπάνω σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο 2 να βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και το ελατήριο 1 επιμηκυσμένο κατά Δl_o.

Δ.1 Να υπολογίσετε την παραμόρφωση Δl_o.

Εφαρμόζω τις συνθήκες ισορροπίας για όλα τα σώματα.

- **Τροχαλία:** $\Sigma\tau = 0 \Rightarrow k\Delta l_o R - T_2 2R = 0$
- **Σώμα 1:** $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 = m_1 g + T$
- **Σώμα 2:** $\Sigma F = 0 \Rightarrow T = m_2 g$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι: $\Delta l_o = 0,4m$

Κάποια χρονική στιγμή που την θεωρούμε ως στιγμή $t_o = 0$ κόβουμε το νήμα 3.

Δ.2 Για την παραπάνω χρονική στιγμή να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος Σ_1 και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της διπλής τροχαλίας.

Εφαρμόζω τους νόμους κίνησης για κάθε σώμα την παραπάνω χρονική στιγμή:

- **Τροχαλία:** $\Sigma\tau = I\alpha_\gamma \Rightarrow k\Delta l_o R - T_2 2R = MR^2\alpha_\gamma$
- **Σώμα 1:** $\Sigma F = m_1\alpha \Rightarrow T_2 - m_1 g = m_1\alpha$
- **Μη ολίσθηση νήματος:** $\alpha = \alpha_\gamma 2R$

Από το παραπάνω σύστημα θα προκύψει: $\alpha_\gamma = 25rad/s^2$

Ο ζητούμενος ρυθμός θα είναι:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = I\alpha_\gamma = 1kg\cdot m^2/s^2$$

Δ.3 Να υπολογιστεί η μέγιστη Κινητική ενέργεια του συστήματος Διπλή τροχαλία - Σ_1.

Το σύστημα αποκτά την μέγιστη κινητική ενέργεια στην νέα θέση ισορροπίας που το ελατήριο είναι επιμηκυσμένο κατά Δl_1

$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow k\Delta l_1 R = m_1 g 2R \Rightarrow \Delta l_1 = 0,2m$$

Μέχρι να αποκτήσει το σύστημα την μέγιστη κινητική ενέργεια το άκρο του ελατηρίου έχει μετατοπιστεί κατά $S = \Delta l_o - \Delta l_1 = R\theta$ και το σώμα έχει ανέλθει κατά $y = 2R\theta = 2S$. Εφαρμόζω ΘΜΚΕ για το διάστημα αυτό:

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K - 0 = \frac{1}{2}k\left(\Delta l_o\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(\Delta l_1\right)^2 - m_1 g y \Rightarrow K = 4J$$

Δ.4 Αφού αποδείξετε ότι το Σ_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση να γράψετε την συνάρτηση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται κατά την διάρκεια της κίνησης του σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Σχεδιάζω την Θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του σώματος κατά Δl κάτω από την αρχική θέση (που ταυτίζεται με την Θέση Φυσικού μήκους και είναι η ακραία θέση της ταλάντωσης). Στην συνέχεια σχεδιάζω το σώμα σε τυχαία θέση y κάτω από την Θέση Ισορροπίας της Ταλάντωσης:

- $\Sigma F = 0 \Rightarrow k\Delta l = m_2 g$
- $\Sigma F = m_2 g - k\left(\Delta l + y\right) = -ky$

Άρα εκτελεί α.α.τ. με $D = k = m_2\omega^2 \Rightarrow \omega = 10rad/s$

Το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι ίσο με την αρχική παραμόρφωση $\Delta l = 0,1m$ και αφού ξεκινά από ακραία αρνητική θέση η αρχική φάση θα είναι $\eta\mu\phi_o = -1 \Rightarrow \phi_o = \frac{3\pi}{2}$.

$$y = 0,1\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \Sigma F = -10\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \quad (S.I.)$$

Δ.5 Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της Κινητικής ενέργειας του Σ_2 όταν αυτό διέρχεται για πρώτη φορά από την θέση που η Κινητική ενέργεια της ταλάντωσης του είναι ίση με το μισό της μέγιστης τιμής της.

Ο ζητούμενος ρυθμός θα είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon = -D \cdot y \cdot \upsilon$$

Όμως για πρώτη φορά:

$$K = \frac{E}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2\right) \Rightarrow \upsilon = -\frac{\omega A}{\sqrt{2}}$$

$$K + U = E \Rightarrow U = \frac{E}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}DA^2\right) \Rightarrow y = +\frac{A}{\sqrt{2}}$$

Άρα θα προκύψει ότι :

$$\frac{dK}{dt} = 5J/s$$

Επιμέλεια: Δρ. Μιχάλης Καραδημητρίου, Φυσικός