
2ο Διαγώνισμα Β Τάξης Ενιαίου Λυκείου
Κυριακή 4 Δεκέμβρη 2016
Φυσική Προσανατολισμού - Μηχανική - II
Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα Α

A.1 Σώμα εκτελεί οριζόντια βολή, Η επιτάχυνση που δέχεται το σώμα μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι:

(γ) ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας.

A.2 Ομαλή κυκλική κίνηση εκτελεί ένα σώμα, όταν:

(β) κινείται σε κυκλική τροχιά και το μέτρο της γραμμικής του ταχύτητας δεν μεταβάλλεται.

A.3 Η αλγεβρική τιμή της ορμής ενός σώματος μεταβάλλεται σύμφωνα με το παρακάτω διάγραμμα.

Η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης που θα δέχεται το σώμα στο διάστημα $0s \leq t \leq 6s$ θα είναι ίση με:

(γ) $-0.5N$

A.4 Σε ένα τραπέζι του μπιλιάρδου δύο μπάλες κινούνται με ορμές μέτρου $p_1 = 4kg \cdot m/s$ και $p_2 = 3kg \cdot m/s$. Αν σας είναι γνωστό ότι οι ταχύτητες των δύο σφαιρών είναι κάθετες μεταξύ τους, τότε η ορμή του συστήματος θα έχει μέτρο:

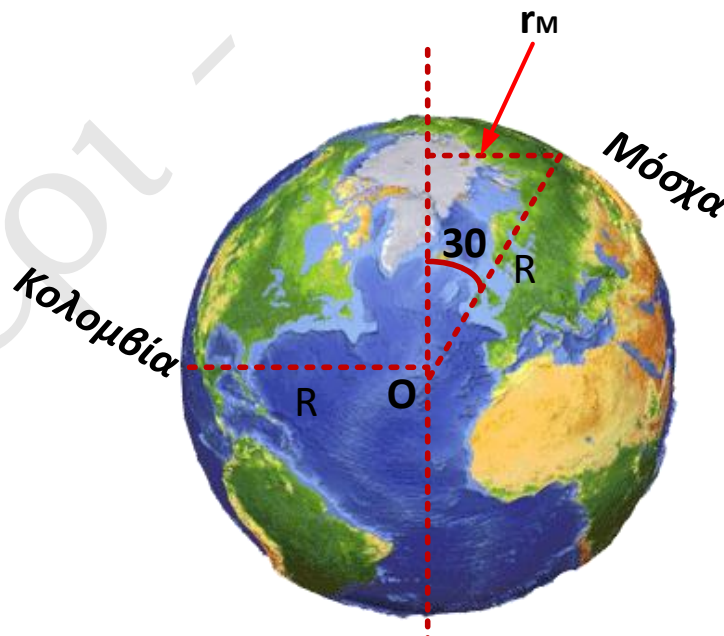
(γ) $5kg \cdot m/s$

A.5

- (α) Το βεληνεκές μιας βολής είναι ανεξάρτητο από το ύψος στο οποίο πραγματοποιήσαμε την βολή. **Λάθος**
- (β) Σε κάθε κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας. **Σωστό**
- (γ) Στην Ομαλή κυκλική κίνηση η φορά της κεντρομόλου επιτάχυνσης εξαρτάται από την φορά κίνησης του σώματος. **Λάθος**
- (δ) Σε ένα σώμα που ασκείται μια σταθερή δύναμη η ορμή του παραμένει σταθερή. **Λάθος**
- (ε) Σκέδαση ονομάζουμε την κρούση στον μικρόκοσμο. **Σωστό**

Θέμα Β

B.1 Θεωρούμε ότι η Γη είναι μια τέλεια σφαίρα ακτίνας R η οποία περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο της O , όπως φαίνεται στο σχήμα 1.



Σχήμα 1: B.1

Η περίοδος περιστροφής ενός Μοσχοβίτη είναι T_M και η γραμμική ταχύτητα του v_M και η περίοδος περιστροφής του Κολομβιανού είναι T_K και η γραμμική του ταχύτητα v_K .

B.1.1 Για τις περιόδους περιστροφής ισχύει:

$$(\beta) T_M = T_K$$

Κάθε σημείο της περιφέρειας της Γης, εκτός από εκείνα που βρίσκονται πάνω στον άξονα περιστροφής, εκτελεί κυκλική κίνηση με κέντρο που βρίσκεται πάνω στον άξονα περιστροφής της γης. Κάθε σημείο της Γης έχει την ίδια περίοδο περιστροφής, αφού όλα τα σημεία στον ίδιο χρόνο διαγράφουν την ίδια επίκεντρη γωνία και θα έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

B.1.2 Για τις ταχύτητες περιστροφής ισχύει:

$$(\gamma) v_K = 2v_M$$

Για την Κολομβία που βρίσκεται πάνω στον ισημερινό η ακτίνα της κυκλικής κίνησης είναι R και η γραμμική ταχύτητα $v_K = \omega R$. Για την Μόσχα η ακτίνα της κυκλικής κίνησης θα είναι $r = R\eta\mu 30$ όπως φαίνεται στο σχήμα και η γραμμική ταχύτητα θα είναι $v_M = \omega R\eta\mu 30$.

$$\frac{v_M}{v_K} = \frac{\omega R\eta\mu 30}{\omega R} = \frac{1}{2}$$

B.2 Σώμα μάζας M ισορροπεί ακίνητο σε δοκό ύψους H (Σχήμα 2). Το σώμα φέρει εκρηκτικό μηχανισμό αμελητέας μάζας ο οποίος εκρηγνύεται την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με αποτέλεσμα την διάσπαση του σώματος σε δύο τμήματα με μάζες m_1 και m_2 για τις οποίες ισχύει ότι $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$.

Μετά την έκρηξη τα δύο κομμάτια εκτελούν παραβολική τροχιά και πέφτουν στο έδαφος σε αποστάσεις x_1 και x_2 αντίστοιχα από την δοκό H σχέση των αποστάσεων αυτών θα είναι:

$$(\alpha) x_1 = 4x_2$$

Για την έκρηξη εφαρμόζω την Αρχή Διατήρησης της Ορμής.:

$$\vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετά)} \Rightarrow 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow v_1 = 4v_2$$

Μετά την έκρηξη τα σώματα εκτελούν οριζόντια βολή από το ίδιο ύψος με ταχύτητες v_1 και v_2 και φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος, αφού για τον χρόνο πτώσης ισχύει: $H = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. Άρα για τις απομακρύνσεις τους όταν φτάνουν στο έδαφος ισχύει:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1 t}{v_2 t} = 4 \Rightarrow x_1 = 4x_2$$

B.3 Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζας m_1 και m_2 αντίστοιχα, κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούονται. Η χρονική μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας κάθε σώματος απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα.

Ο λόγος των μαζών των σωμάτων θα είναι ίσος με :

$$\text{(γ)} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$$

Για την κρούση εφαρμόζω την Αρχή Διατήρησης της Ορμής.:

$$\begin{aligned} \vec{P}_{ολ(πριν)} &= \vec{P}_{ολ(μετά)} \Rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \\ \Rightarrow m_1(+4) + m_2(+2) &= m_1(-2) + m_2(+6) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Θέμα Γ

Η Ολυμπιονίκης της σκοποβολής το 2016 Άννα Κορακάκη, έχει την κάνη του όπλου της οριζόντια και σηματοδύει στο κέντρο ενός μεγάλου στόχου που βρίσκεται σε απόσταση $S = 200m$ από την έξοδο της κάνης.

Η σφαίρα κτυπά το στόχο σε απόσταση $y = 1,25m$ πιο κάτω από το κέντρο του. Η μάζα του όπλου είναι $M = 4kg$ (χωρίς τη σφαίρα) και η μάζα της σφαίρας $m = 0,005kg$. Να υπολογιστούν:

Γ.1 το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας τη στιγμή που φεύγει από την κάνη του όπλου,

Η σφαίρα αμέσως μετά εκτελεί οριζόντια βολή και αφού έχει διανύσει στον οριζόντιο άξονα απόσταση $x = S$ έχει εκτραπεί κατακόρυφα στον ίδιο χρόνο κατά y

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = 0,5s \Rightarrow v_o = \frac{x}{t} = 400m/s$$

Γ.2 η ενέργεια που εκλύεται κατά την εκपुरσοκρότηση αν θεωρηθεί ότι όλη η εκλυόμενη ενέργεια εμφανίζεται με τη μορφή κινητικής ενέργειας του συστήματος όπλο-σφαίρα μετά την εκपुरσοκρότηση,

Εφαρμόζω αρχικά την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα όπλο - σφαίρα, θεωρώντας v_o την ταχύτητα της σφαίρας και v την ταχύτητα του όπλου.

$$\vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετά)} \Rightarrow 0 = mv_o - Mv \Rightarrow v_o = 800v \Rightarrow v = 0,5m/s$$

Η ζητούμενη ενέργεια θα είναι:

$$E = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}mv_o^2 = 400,5J$$

Γ.3 η μέση τιμή της δύναμης που επιταχύνει τη σφαίρα όσο αυτή βρίσκεται μέσα στην κάνη του όπλου, αν το χρονικό διάστημα μεταξύ της εκपुरσοκρότησης και της εξόδου της από την κάνη είναι $\Delta t = 0,004s$.

$$\Sigma F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{mv_o - 0}{\Delta t} = 500N$$

Γ.4 το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας από τη στιγμή που εγκαταλείπει την κάνη μέχρι τη στιγμή που κτυπά το στόχο.

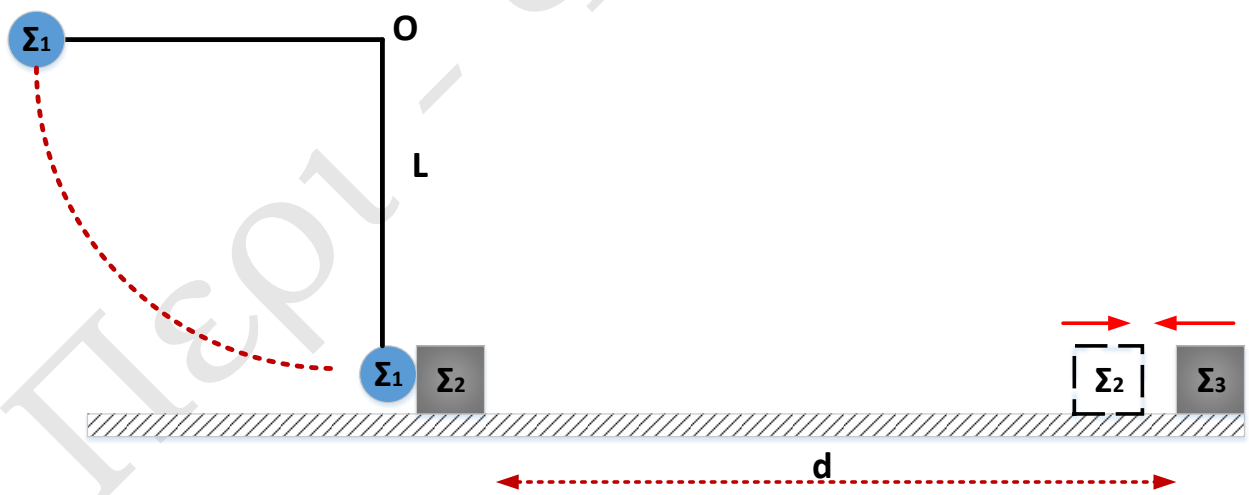
Η σφαίρα κινείται στο επίπεδο $x - y$ και την στιγμή που φτάνει στον στόχο της έχει κάθετες συνιστώσες της ταχύτητας $v_x = v_o$ και $v_y = gt = 5m/s$.

Η μεταβολή της ορμής στον οριζόντιο άξονα θα είναι μηδέν, αφού η ταχύτητα εκεί παραμένει σταθερή, άρα η μεταβολή της ορμής είναι ίση με την μεταβολή της ορμής στον κατακόρυφο άξονα:

$$\Delta P = \Delta P_y = mv_y - 0 = 0,025kg \cdot m/s$$

Θέμα Δ

Σώμα Σ_1 και μάζας $m_1 = 0,5kg$ είναι δεμένο στο άκρο κατακόρυφου αβαρούς μη εκτατού νήματος μήκους $L = 5m$ που έχει το άλλο άκρο του ακλόνητα στερεωμένο σε σημείο Ο. Εκτρέπουμε το Σ_1 από την ισορροπία και το αφήνουμε ελεύθερο από την οριζόντια θέση. Στην κατώτερη θέση της τροχιάς του το Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3m_1$ που είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Εξαιτίας της κρούσης το Σ_2 αποκτά το 75% της ενέργειας που είχε το Σ_1 και αρχίζει την κίνηση του στο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,1$.



Αφού διανύσει διάστημα $d = 8m$ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με τρίτο σώμα Σ_3 μάζας m_3 το οποίο κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $v_3 = 1m/s$. Εξαιτίας της κρούσης το σύνολο της Κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων χάνεται στο περιβάλλον υπό μορφή θερμότητας.

Δ.1 Να υπολογίσετε την δύναμη που ασκεί το νήμα στο Σ_1 λίγο πριν την κρούση με το Σ_2 .

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την κάθοδο του Σ_1 , ώστε να υπολογίσω τη ταχύτητα του όταν φτάνει στο κατώτερο σημείο της τροχιάς του.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m_1v_1^2 - 0 = m_1gL \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gL} = 10\text{m/s}$$

Αφού το σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση η συνισταμένη των ασκούμενων δυνάμεων που είναι κάθετες στην ταχύτητα (Τάση νήματος, βάρος) θα παίζουν τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

$$T - m_1g = \frac{m_1v^2}{L} \Rightarrow T = 15\text{N}$$

Δ.2 Να υπολογίσετε την μέγιστη ανύψωση του Σ_1 μετά την κρούση.

Μετά την κρούση το Σ_1 αποκτά ταχύτητα v'_1 και το Σ_2 ταχύτητα v'_2 .

Αφού το Σ_2 αποκτά το 75% της ενέργειας του Σ_1 και η κρούση είναι ελαστική ($K_1 + 0 = K'_1 + K'_2$), τότε $K'_1 = 0,25K_1$. Το Σ_1 μετά την κρούση θα ανυψωθεί μέχρι ύψος h που θα βρω με το ΘΜΚΕ

$$0 - K'_2 = -m_1gh \Rightarrow 0,25\frac{1}{2}m_1v_1^2 = m_1gh \Rightarrow h = 1,25\text{m}$$

Η ταχύτητα του Σ_2 μετά την κρούση θα είναι:

$$K'_2 = 0,75K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}m_2v_2'^2 = 0,75\frac{1}{2}m_1v_1^2 \Rightarrow v_2' = 5\text{m/s}$$

Παρατήρηση: Θα μπορούσα να εφαρμόσω και την Α.Δ.Ο.

Δ.3 Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής κάθε σώματος εξαιτίας της πρώτης κρούσης. Είναι λογική η μεταξύ τους σχέση ;

$$\vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετά)} \Rightarrow m_1 v_1 + 0 = m_1 v'_1 + 3m_1 v'_2 \Rightarrow v_1 = v'_1 + 3v'_2$$

$$\Rightarrow v'_1 = -5m/s$$

Για το Σ_1

$$\Delta P_1 = m_1 v'_1 - m_1 v_1 = -7,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Για το Σ_2

$$\Delta P_2 = m_2 v'_2 = +7,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Προφανώς το αποτέλεσμα είναι λογικό λόγω της Αρχής Διατήρησης της Ορμής $\Delta P_1 = -\Delta P_2$

Δ.4 Να βρεθεί η μάζα του Σ_3 .

Μετά την πρώτη κρούση το Σ_2 ολισθαίνει πάνω στο επίπεδο και πριν την δεύτερη κρούση έχει αποκτήσει ταχύτητα v''_2 την οποία θα υπολογίσω με ΘΜΚΕ

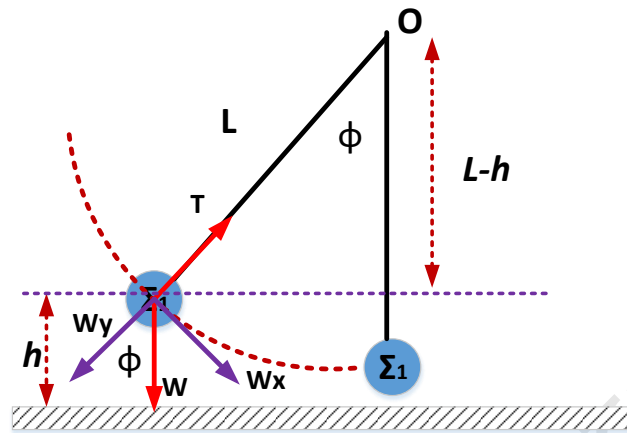
$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v''_2{}^2 - \frac{1}{2} m_2 v'_2{}^2 = -\mu m_2 g d \Rightarrow v''_2 = 3 \text{ m/s}$$

* Παραπάνω έλαβα υπόψη ότι $W_T = -Td = -\mu N d$ με $N = m_2 g$

Εφαρμόζω την ΑΔΟ για την κρούση με δεδομένο, ότι μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα ακινητοποιηθεί.

$$\vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετά)} \Rightarrow m_2 v''_2 - m_3 v'_3 = 0 \Rightarrow 3m_2 = m_3 \Rightarrow m_3 = 4,5 \text{ kg}$$

Δ.5 Να υπολογιστεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του Σ_1 στην θέση μέγιστης ανύψωσης που υπολογίσατε στο ερώτημα **(Δ.2.)**



Στην θέση μέγιστης ανύψωσης η ταχύτητα μηδενίζεται, άρα $\Sigma F_y = F_k = 0$ (όπου y ο ακτινικός άξονας), άρα η συνολική δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι στον εφαπτομενικό άξονα x

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \Sigma F_x = w_x = m_1 g \eta \mu \phi = 3,25 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

* Από το σχήμα προκύπτει ότι $\eta \mu \phi = \frac{\sqrt{L^2 - (L-h)^2}}{L} = \frac{\sqrt{2Lh - h^2}}{L}$