Φθίνουσες/Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις - Σύνθεση Ταλαντώσεων

2ο Σετ Ασκήσεων - Οκτώβρης 2016

Επιμέλεια: Δρ. Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου, Φυσικός

http://www.perifysikhs.com

1. Θέμα Α - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1.1. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο:

α. η περίοδος δεν διατηρείται για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b

β. όταν η σταθερά απόσβεσης bμεγαλώνει, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα

γ. η κίνηση μένει περιοδική για οποιαδήποτε τιμή της σταθεράς απόσβεσης

δ. η σταθερά απόσβεσης b εξαρτάται μόνο από το σχήμα και τον όγκο του σώματος που ταλαντώνεται.

1.2. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, με ορισμένη σταθερά απόσβεσης b, με την πάροδο του χρόνου:

α. το πλάτος μειώνεται και η περίοδος διατηρείται σταθερή.

β. το πλάτος διατηρείται σταθερό και η περίοδος μειώνεται.

γ. το πλάτος και η περίοδος μειώνονται.

δ. το πλάτος και η περίοδος διατηρούνται σταθερά.

1.3. Σε ένα ταλαντούμενο σύστημα, εκτός από τη δύναμη επαναφοράς, ασκείται και μια δύναμη αντίστασης της μορφής $F' = -bv$. Η ολική ενέργεια του συστήματος:

α. παραμένει σταθερή.

β. αυξάνεται με μειούμενο ρυθμό.

γ. μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.

δ. μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

1.4. Αν σε έναν αρμονικό ταλαντωτή, εκτός από τη δύναμη επαναφοράς, ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F' = -bv$, τότε:

α. το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται γραμμικά με το χρόνο.

β. η περίοδος της ταλάντωσης, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b,διατηρείται σταθερή.

γ. ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται, όταν η σταθερά απόσβεσης b μειώνεται.

δ. για μεγάλες τιμές της σταθεράς απόσβεσης b, η κίνηση γίνεται απεριοδική.

1.5. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση η δύναμη αντίστασης έχει την μορφή $F' = -bv$. Αρχικά η σταθερά απόσβεσης έχει τιμή b_1. Στην συνέχεια η τιμή της γίνεται b_2 με $b_2 > b_1$. Τότε:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με τον χρόνο και η περίοδος παρουσιάζει μικρή μείωση.

β. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με τον χρόνο και η περίοδος παρουσιάζει μικρή αύξηση.

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με τον χρόνο και η περίοδος παρουσιάζει μικρή αύξηση.

δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με τον χρόνο και η περίοδος παρουσιάζει μικρή μείωση.

1.6. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται στο μισό σε χρόνο t_1 . Σε χρόνο $t_2 = 3t_1$ το πλάτος της ταλάντωσης θα έχει μειωθεί στο 1/Κ της αρχικής του τιμής,όπου η τιμή του Κ είναι:

α. $3 \cdot 2^2$ **β.** 2^3 **γ.** 2^2 **δ.** $2 \cdot 3$

1.7. Το πλάτος σε μία φθίνουσα ταλάντωση δίνεται από τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Αν τη χρονική στιγμή t_1 η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι $\frac{E_0}{2}$, τότε τη χρονική στιγμή $t_2 = 2t_1$ η ολική ενέργεια του συστήματος είναι:

α. E_0 **β.** $\frac{E_0}{4}$ **γ.** $\frac{E_0}{2}$ **δ.** $\frac{3E_0}{4}$

1.8. Το πλάτος σε μία φθίνουσα ταλάντωση υποδιπλασιάζεται μετά από Ν πλήρεις ταλαντώσεις. Μετά από πόσες ακόμη ταλαντώσεις το πλάτος θα έχει γίνει ίσο με το 1/16 της αρχικής του τιμής:

α. Ν ταλαντώσεις

β. 2Ν ταλαντώσεις

γ. 3N ταλαντώσεις

δ. 4N ταλαντώσεις

1.9. Με την πάροδο του χρόνου και καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται:

α. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b αυξάνεται

β. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b μειώνεται

γ. το πλάτος της ταλάντωσης του αυτοκινήτου, όταν περνά από εξόγκωμα του δρόμου, μειώνεται πιο γρήγορα.

δ. η περίοδος των ταλαντώσεων του αυτοκινήτου παρουσιάζει μικρή αύξηση.

1.10. Σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με περίοδο Τ και μικρή σταθερά απόσβεσης, κατά την διάρκεια της ταλάντωσης το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A = A_o e^{-\Lambda t}$. Την χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στην θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης.

α. Η ενέργεια της ταλάντωσης δεν μεταβάλλεται.

β. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο σώμα και η δύναμη απόσβεσης είναι ομόρροπες στο χρονικό διάστημα $\dfrac{T}{2} < t < \dfrac{3T}{4}$

γ. Το μέτρο της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογο της απομάκρυνσης από την Θέση Ισορροπίας.

δ. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο σώμα και η δύναμη απόσβεσης είναι ομόρροπες στο χρονικό διάστημα $\dfrac{T}{4} < t < \dfrac{T}{2}$

1.11. Η σταθερά απόσβεσης b μιας φθίνουσας ταλάντωσης, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας,

α. εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται

β. μειώνεται κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης

γ. έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το $kg \cdot s$

δ. εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου μέσα στο οποίο γίνεται η φθίνουσα ταλάντωση.

1.12. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν μειώνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, τότε το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης:

α. θα μένει σταθερό

β. θα αυξάνεται συνεχώς

γ. θα μειώνεται συνεχώς

δ. αρχικά θα αυξάνεται και μετά θα μειώνεται.

1.13. Η ιδιοσυχνότητα ενός ταλαντωτή εξαρτάται:

α. από το πλάτος της ταλάντωσης.

β. από τη σταθερά απόσβεσης.

γ. από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος.

δ. από την αρχική φάση.

1.14. Όταν ένα σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση:

α. το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο.

β. η συχνότητα της ταλάντωσης είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης του συστήματος.

γ. το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.

δ. η ενέργεια που μετατρέπεται ανά περίοδο σε θερμότητα, λόγω τριβών και αντιστάσεων, αναπληρώνεται από το διεγέρτη.

1.15. Συντονισμό ονομάζουμε την κατάσταση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή στην οποία:

α. η δυναμική ενέργεια του συστήματος γίνεται ίση με την ολική του ενέργεια.

β. η ιδιοσυχνότητα του συστήματος γίνεται μέγιστη.

γ. η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι περίπου ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.

δ. η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης γίνεται μέγιστη.

1.16. Όταν ένα σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού:

α. η ιδιοσυχνότητα του συστήματος γίνεται μέγιστη.

β. η ενέργεια του συστήματος γίνεται ελάχιστη.

γ. το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος γίνεται μέγιστο.

δ. η συχνότητα της εξωτερικής περιοδικής δύναμης γίνεται μέγιστη.

1.17. Η συχνότητα μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης

α. είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη

β. είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή

γ. εξαρτάται από την αρχική ενέργεια της ταλάντωσης

δ. είναι ίση με το άθροισμα της συχνότητας του διεγέρτη και της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή.

1.18. Ένα σύστημα με ιδιοσυχνότητα f_0 εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα $f \neq f_0$ Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος εξαρτάται από:

α. την ιδιοσυχνότητα f_0

β. τη συχνότητα f

γ. τη διαφορά $|f - f_0|$

δ. τη σταθερά επαναφοράς του συστήματος.

1.19. Ένα υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α.Α.Τ. που έχουν ίδια διεύθυνση και περίοδο. Οι δύο ταλαντώσεις έχουν πλάτη $3cm$ και $4cm$, ενώ η συνισταμένη ταλάντωση έχει πλάτος $5cm$. Οι δύο ταλαντώσεις έχουν διαφορά φάσης:

α.Μηδέν **β.** $\frac{\pi}{2}$ **γ.** $\frac{\pi}{4}$ **δ.** $\frac{\pi}{3}$

1.20. Δύο Α.Α.Τ. έχουν απομακρύνσεις που περιγράφονται από τις εξισώσεις:

$$x_1 = A_1 \eta\mu(\omega t - \frac{\pi}{6}) \quad , \quad x_2 = A_2 \eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

α. Η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων είναι π/6.

β. Ή διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων είναι 2π/3

γ. Η απομάκρυνση x_2 προηγείται φασικά της x_1 κατά π/2 .

δ. Δεν μπορούμε να υπολογίσουμε τη διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων, γιατί οι απομακρύνσεις τους περιγράφονται από διαφορετικές συναρτήσεις.

1.21. Ένα υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α.Α.Τ. που έχουν την ίδια διεύθυνση και περίοδο και περιγράφονται από τις εξισώσεις:

$$x_1 = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{3}) \quad , \quad x_2 = A\sqrt{3}\eta\mu(\omega t - \frac{\pi}{6})$$

Η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

α. $x = A\eta\mu(\omega t)$

β. $x = 2A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{6})$

γ. $x = A\sqrt{2}\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$

δ. $x = 2A\eta\mu(\omega t)$

1.22. Ποια από τις επόμενες προτάσεις είναι λανθασμένη:

α. Το διακρότημα είναι μία ευθύγραμμη περιοδική κίνηση.

β. Η μέγιστη τιμή του πλάτους του διακροτήματος εξαρτάται από την περίοδο του.

γ. Το πλάτος του διακροτήματος είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

δ. Η περίοδος του διακροτήματος είναι το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους.

1.23. Το πλάτος του διακροτήματος:

α. Είναι σταθερό με τιμή 2Α.

β. Υπολογίζεται από τη σχέση $A' = 2A\eta\mu(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2})$

γ. Μεταβάλλεται αργά συνημιτονοειδώς με το χρόνο έχοντας σαν ακραίες τιμές τις ± 2Α.

δ. Μεταβάλλεται με το χρόνο περιοδικά με περίοδο $T_\delta = \frac{1}{f_1 + f_2}$ όπου f_1 και f_2 οι συχνότητες των συνιστωσών ταλαντώσεων.

1.24. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα τις ταλαντώσεις με εξισώσεις: $x_1 = A\eta\mu(2\pi f_1 t)$ και $x_2 = A\eta\mu(2\pi f_2 t)$ Οι ταλαντώσεις έχουν την ίδια διεύθυνση, την ίδια θέση ισορροπίας και συχνότητες που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους.

α. Το σώμα εκτελεί μία περιοδική κίνηση, η οποία όμως δεν είναι απλή αρμονική ταλάντωση.

β. Το πλάτος της συνισταμένης κίνησης μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.

γ. Η μέγιστη τιμή του πλάτους της συνισταμένης κίνησης είναι 2Α.

δ. Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους είναι σταθερός.

1.25. Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις με την ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, ενώ περιγράφονται από τις εξισώσεις:

$$x_1 = 10\eta\mu(202\pi t) \quad , \quad x_2 = 10\eta\mu(198\pi t)$$

με x_1, x_2 σε cm και t σε s

α. Η κυκλική συχνότητα της συνισταμένης κίνησης του υλικού σημείου είναι $\omega = 200 rad/s$

β. Το πλάτος του διακροτήματος είναι 20 cm

γ. Η περίοδος του διακροτήματος είναι $T_\delta = 1/2s$

δ. Σε χρόνο ίσο με την περίοδο του διακροτήματος T_δ , η περιοδική κίνηση επαναλαμβάνεται 50 φορές.

1.26. Σώμα συμμετέχει ταυτόχρονα σε δύο αρμονικές ταλαντώσεις που περιγράφονται από τις σχέσεις $x_1 = A\eta\mu\omega_1 t$ και $x_2 = A\eta\mu\omega_2 t$, των οποίων οι συχνότητες διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Η συνισταμένη ταλάντωση έχει:

α. συχνότητα $2(\omega_1 - \omega_2)$

β. συχνότητα $\omega_1 + \omega_2$

γ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών 0 και 2A

δ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών 0 και A

1.27. Στη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση, το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι

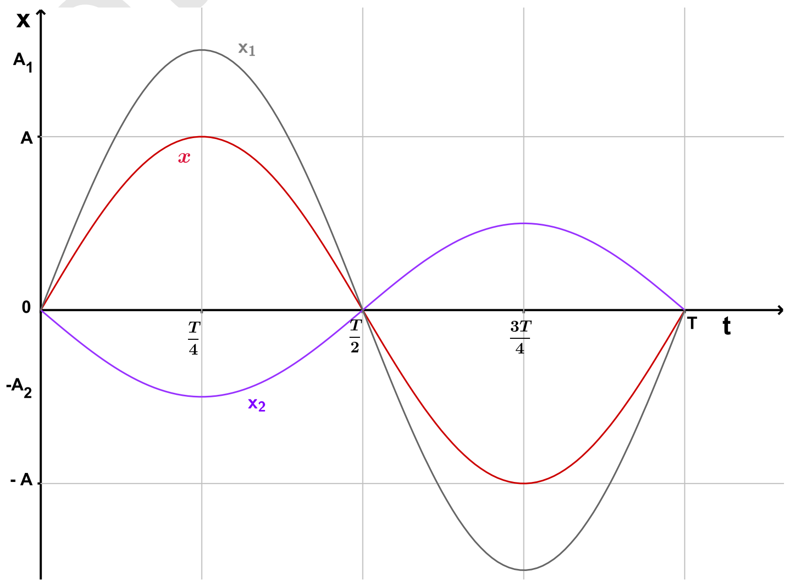
α. σε κάθε περίπτωση σταθερό

β. σε κάθε περίπτωση ίσο με το άθροισμα του πλάτους των δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων

γ. σε κάθε περίπτωση μηδέν

δ. αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

1.28. Στο διάγραμμα του σχήματος παριστάνονται οι γραφικές παραστάσεις των απομακρύνσεων δύο Α.Α.Τ. με πλάτη A_1 και A_2, καθώς και η σύνθεση τους.



α. Οι συνιστώσες ταλαντώσεις έχουν την ίδια συχνότητα.

β. Η διαφορά φάσης ανάμεσα στις δύο συνιστώσες ταλαντώσεις είναι π.

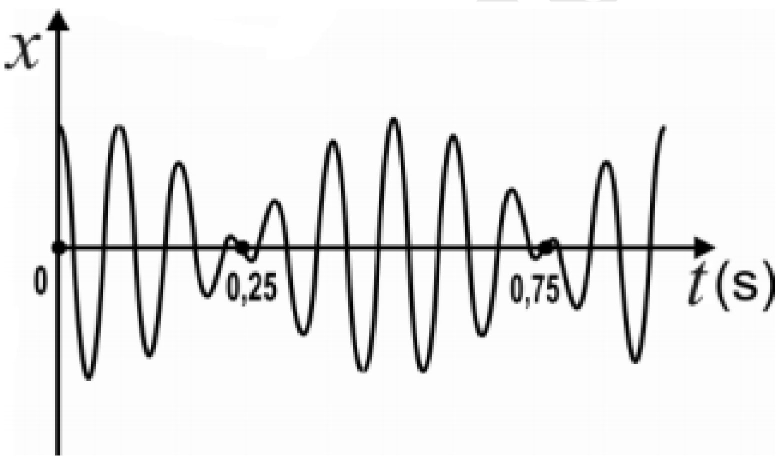
γ. Το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης είναι $A = A_1 - A_2$.

δ. Η συνισταμένη ταλάντωση είναι συμφασική της ταλάντωσης με πλάτος A_2.

1.29. . Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων , ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και που οι περίοδοι τους T_1 και T_2 διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους, προκύπτει ταλάντωση μεταβλητού πλάτους με περίοδο T που είναι ίση με:

α. $\dfrac{T_1 + T_2}{2}$ **β.** $\dfrac{2T_1T_2}{T_1 + T_2}$ **γ.** $\dfrac{|T_1 - T_2|}{2}$ **δ.** $\dfrac{T_1T_2}{|T_2 - T_1|}$

1.30. Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η απομάκρυνση x σε συνάρτηση με τον χρόνο t, για ένα υλικό σημείο του οποίου η κίνηση παρουσιάζει διακροτήματα.



Το πλήθος των μηδενισμών του πλάτους της κίνησης ανα δευτερόλεπτο είναι ίσος με:

α. 1 **β.** 2 **γ.** 3 **δ.** 6

2. Θέμα Β - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

2.1. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Ο χρόνος που απαιτείται ώστε η ολική ενέργεια της ταλάντωσης να γίνει η μισή της αρχικής $(E = \frac{E_0}{2})$είναι:

α. $t = \dfrac{ln2}{\Lambda}$ **β.** $t = \dfrac{ln2}{2\Lambda}$ **γ.** $t = \dfrac{\Lambda}{ln2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.2. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Ο χρόνος που απαιτείται ώστε το πλάτος της ταλάντωσης να γίνει το μισό του αρχικού $(A = \frac{A_0}{2})$ είναι:

α. $t = \dfrac{ln2}{\Lambda}$ **β.**$t = \dfrac{ln4}{\Lambda}$ **γ.** $t = \dfrac{\Lambda}{ln2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.3. Ταλαντωτής που εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση έχει τη χρονική στιγμή $t = 0$ ενέργεια E_0 και πλάτος A_0. Τη χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια του ταλαντωτή έχει ελαττωθεί κατά $\dfrac{15E_0}{16}$. Τη χρονική στιγμή t_1 το πλάτος Α της ταλάντωσης είναι:

α. $\dfrac{A_0}{2}$ **β.**$\dfrac{A_0}{4}$ **γ.** $\dfrac{A_0}{16}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Πανελλήνιες Εξετάσεις Ομογενών - Σεπτέμβρης 2013

2.4. Για ένα σύστημα που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα $f = 10Hz$, βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού και έχει πλάτος ταλάντωσης $A = 8cm$, ισχύουν τα εξής:

α. έχει σταθερά απόσβεσης $b = 0$.

β. έχει απώλειες ενέργειας ανά περίοδο λιγότερες, από αυτές που θα είχε αν η συχνότητα του διεγέρτη γίνει 6 Hz.

γ. το πλάτος ταλάντωσης μπορεί να γίνει μεγαλύτερο από αυτό που έχει, αρκεί να ελαττώσουμε τη σταθερά απόσβεσης.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.5. Ένα σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους Α και συχνότητας $f = 15Hz$. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι $17Hz$. Αν η συχνότητα του διεγέρτη γίνει $16Hz$ τότε το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης:

α. θα γίνει μικρότερο από Α.

β. θα γίνει μεγαλύτερο από Α.

γ. θα παραμείνει Α.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.6. Μηχανικό σύστημα αποτελείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k στο οποίο είναι κρεμασμένο ένα σώμα μάζας m και το σύστημα αυτό εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μικρής απόσβεσης. Δίνεται ότι ο διεγέρτης έχει συχνότητα f_δ και το σύστημα έχει ιδιοσυχνότητα $f_o = 2f_\delta$. Αν αντικαταστήσουμε το σώμα με άλλο, μάζας $m' = 4m$, διατηρώντας την f_δ , το νέο σύστημα:

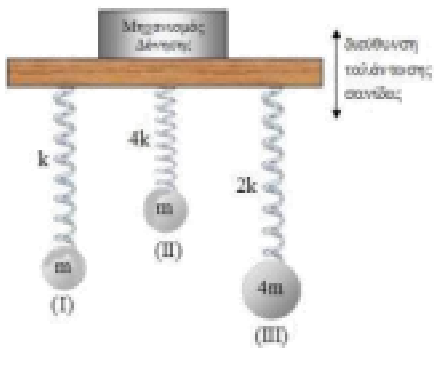
α. θα ταλαντώνεται με $A' < A$

β. θα βρεθεί σε συντονισμό

γ. θα ταλαντώνεται με $A' = A$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Πηγή: ΟΕΦΕ 2015

2.7. Στην οριζόντια σανίδα του παρακάτω σχήματος έχουμε προσαρμόσει τρία συστήματα μάζας - ελατηρίου με τα χαρακτηριστικά μεγέθη (μάζα σώματος - σταθερά ελατηρίου) που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Όλα τα σώματα αρχικά ισορροπούν. Μέσω κατάλληλου μηχανισμού δόνησης θέτουμε τη σανίδα σε εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα που έχει τιμή $\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$, Στην περίπτωση αυτή, το σύστημα μάζας-ελατηρίου, που θα ταλαντωθεί με το μέγιστο δυνατό πλάτος θα είναι το:



α. (I) **β.** (II) **γ.** (III)

Να θεωρήσετε ότι η επίδραση των αποσβέσεων είναι μικρή με αποτέλεσμα η συχνότητα συντονισμού κάθε συστήματος να ταυτίζεται με την ιδιοσυχνότητά του.
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Πηγή: ΟΕΦΕ 2016

2.8. Ένα σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση συχνότητας $f = 30Hz$ και πλάτους A . Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι 25 Hz. Αν αυξήσουμε τη σταθερά απόσβεσης b του συστήματος χωρίς να μεταβάλλουμε τη συχνότητα του διεγέρτη, τότε:

α. το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα μειωθεί.

β. η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα γίνει λίγο μικρότερη από $30Hz$.

γ. η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα γίνει λίγο μικρότερη από 25 Hz.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.9. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο, με εξισώσεις $x_1 = 0,7\eta\mu 2\pi t$ και $x_2 = 0,4\eta\mu 2\pi t$ (όλα τα μεγέθη στο $S.I.$). Η σύνθετη ταλάντωση περιγράφεται (στο $S.I.$) από την εξίσωση:

α. $x = 0,3\eta\mu 2\pi t$

β. $x = 1,1\eta\mu 4\pi t$

γ. $x = 1,1\eta\mu 2\pi t$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.10. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο, με εξισώσεις $x_1 = 0,3\eta\mu 2\pi t$ και $x_2 = 0,8\eta\mu(2\pi t + \pi)$ (όλα τα μεγέθη στο $S.I.$) Η σύνθετη ταλάντωση περιγράφεται από την εξίσωση:

α. $x = 1,1\eta\mu(2\pi t + \pi)$

β. $x = 0,5\eta\mu 2\pi t$

γ. $x = 0,5\eta\mu(2\pi t + \pi)$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.11. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, γύρω από το ίδιο σημείο και έχουν ίδια ενέργεια ($E_1 = E_2$), ίδια συχνότητα και ίδια διεύθυνση. Η ολική ενέργεια της σύνθετης ταλάντωσης είναι ίση με την ενέργεια των δύο ταλαντώσεων ($E = E_1 = E_2$), όταν η διαφορά φάσης των δύο Α.Α.Τ. είναι:

α. 0^o **β.** 60^o **γ.** 120^o

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.12. Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στην ίδια διεύθυνση. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$y_1 = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{3}) \qquad y_2 = \sqrt{3}A\eta\mu(\omega t - \frac{\pi}{6})$$

Αν E_1, E_2, E είναι οι ενέργειες ταλάντωσης για την πρώτη, για τη δεύτερη και για τη συνισταμένη ταλάντωση, τότε ισχύει:

α. $E = E_1 - E_2$ **β.** $E = E_1 + E_2$ **γ.** $E^2 + E_1^2 + E_2^2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Επαναληπτικές Πανελλήνιες Εξετάσεις - Ιούνης 2012

2.13. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι $x_1 = 0,4\eta\mu(1998\pi t)$ και $x_2 = 0,4\eta\mu(2002\pi t)(S.I.)$. Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους της ιδιόμορφης ταλάντωσης (διακροτήματος) του σώματος είναι:

α. 0,5 s **β.** 1s **γ.** 2s

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.14. Σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιου πλάτους και διεύθυνσης. Οι συχνότητες f_1 και f_2 ($f_2 > f_1$) αντίστοιχα των δύο ταλαντώσεων διαφέρουν μεταξύ τους 4 Hz , με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται διακρότημα. Αν η συχνότητα f_1 αυξηθεί κατά 8 Hz, ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους θα:

α. παραμείνει ο ίδιος.

β. μειωθεί κατά 4 s.

γ. αυξηθεί κατά 4 s.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.15. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος A και συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο. Αν T_1 και T_2 είναι αντίστοιχα οι περίοδοι των δύο ταλαντώσεων, τότε η περίοδος της περιοδικής κίνησης που προκύπτει δίνεται από τον τύπο:

α. $T = |T_2 - T_1|$ **β.** $T = \frac{T_2 + T_1}{2}$ **γ.** $T = \frac{2T_1T_2}{T_2 + T_1}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.16. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α.Α.Τ. της ίδιας συχνότητας, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Αν οι εξισώσεις των επιμέρους ταλαντώσεων είναι: $x_1 = A_1 \eta\mu\omega t (S.I.)$ και $x_2 = A_2 \eta\mu(\omega t + \phi)$ $(S.I.)$ με , τότε η αρχική φάση ϕ, ώστε η σύνθετη ταλάντωση να έχει πλάτος $(A = A_1 = A_2)$ είναι:

α. $\phi = 0$ **β.** $\phi = \frac{2\pi}{3}$ **γ.** $\phi = \frac{\pi}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.17. Ένας παρατηρητής ακούει τον ήχο από δύο διαπασών που λειτουργούν ταυτόχρονα και παράγουν ήχους με συχνότητες $f_1 = 1000Hz$ και f_2 . Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τα παραγόμενα διακροτήματα να έχουν περίοδο $0,25s$. Παρατηρούμε ότι αν αυξηθεί η συχνότητα f_2 του δεύτερου διαπασών κατά $2Hz$ τότε ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου αυξάνεται. Η συχνότητα f_2 του δεύτερου διαπασών είναι:

α. $4Hz$ **β.** $1004Hz$ **γ.** $996Hz$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.18. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες f_1 και f_2, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με $f_1 > f_2$, παρουσιάζονται διακροτήματα με περίοδο διακροτήματος $T_\Delta = 2s$. Αν στη διάρκεια του χρόνου αυτού πραγματοποιούνται 200 πλήρεις ταλαντώσεις, οι συχνότητες f_1 και f_2 είναι:

α. $f_1 = 200,5Hz$ και $f_2 = 200Hz$

β. $f_1 = 100,25Hz$ και $f_2 = 99,75Hz$

γ. $f_1 = 50,2Hz$ και $f_2 = 49,7Hz$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Πανελλήνιες Εξετάσεις - Ιούνης 2014

2.19. Σώμα εκτελεί σύνθετη ταλάντωση, ως αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων οι οποίες περιγράφονται από τις εξισώσεις $x_1 = A\eta\mu(\omega t)$ και $x_2 = A\eta\mu(\omega t + \phi)$.Αν η μέγιστη ταχύτητα της σύνθετης ταλάντωσης (υ_{max}) και η μέγιστη ταχύτητα της πρώτης αρμονικής ταλάντωσης (υ_{max1}), ικανοποιούν τη σχέση $\frac{\upsilon_{max}}{\upsilon_{max1}} = \sqrt{3}$, τότε η αρχική φάση (ϕ) είναι ίση με:

α. $\frac{\pi}{2}$ **β.** $\frac{\pi}{3}$ **γ.** $\frac{\pi}{6}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Πηγή: ΟΕΦΕ 2015

2.20. Σώμα αμελητέων διαστάσεων εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις:

$$x_1 = A_1\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{3}) \quad \text{και} \quad x_2 = A_2\eta\mu(\omega t - \frac{\pi}{6})$$

Η ενέργεια του σώματος, αν εκτελούσε μόνο την πρώτη ταλάντωση θα ήταν E_1 και η ενέργεια του αν εκτελούσε μόνο την δεύτερη ταλάντωση, θα ήταν E_2.

(ι) Η ενέργεια της σύνθετης ταλάντωσης είναι:

α. $E = E_2 - E_1$ **β.** $E = E_1 + E_2$ **γ.** $E = 0$

(ιι) Με βάση την αποδεκτή τιμή της ενέργειας από το προηγούμενο ερώτημα και αν η συνισταμένη ταλάντωση είναι της μορφής $x = A\eta\mu\omega t$ συμπεραίνουμε ότι ο λόγος των πλατών είναι:

α. $\frac{A_2}{A_1} = 2$ **β.** $\frac{A_2}{A_1} = \sqrt{3}$ **γ.** $\frac{A_2}{A_1} = 0,25$

Πηγή: ΟΕΦΕ 2015

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.21. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται απο την σύνθεση των απλών αρμονικών ταλαντώσεων $x_1 = 0,04\eta\mu(400\pi t)$ και $x_2 = 0,04\eta\mu(404\pi t)$ στο $S.I.$ Οι δύο ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Την χρονική στιγμή t_1 το πλάτος της κίνησης που εκτελεί το σώμα είναι $0,08m$. Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα θα μηδενιστεί για πρώτη φορά την χρονική στιγμή:

(α) $t_1 + 0,25s$ **(β)**$t_1 + 0,5s$ **(γ)**$t_1 + 1s$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.22. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται στην ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και έχουν ίδιο πλάτος και παραπλήσιες συχνότητες $f1$, $f2$. Στο χρόνο που μεσολαβεί μεταξύ δυο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους της συνισταμένης ταλάντωσης, το σώμα εκτελεί Ν ταλαντώσεις. Διπλασιάζουμε τις συχνότητες και των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων και θεωρούμε ότι και οι νέες συχνότητες είναι παραπλήσιες. Ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα, μεταξύ δυο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους της συνισταμένης ταλάντωσης, μετά το διπλασιασμό των συχνοτήτων γίνεται Ν′. Ο λόγος $\frac{N}{N'}$ισούται με:

(α) $\frac{1}{2}$ **(β)**1 **(γ)**2

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Πηγή: ΟΕΦΕ 2016

2.23. Ένα μικρό σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις , με εξισώσεις απομάκρυνσης $x_1 = A_1 \eta\mu(\omega t)$ και $x_2 = A_2 \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ και με ενέργειες ταλάντωσης E_1 και E_2, αντίστοιχα. Οι ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Η ενέργεια ταλάντωσης Ε της σύνθετης ταλάντωσης είναι ίση με :

(α) $E = \frac{E_1 + E_2}{2}$ **(β)**$E = E_1 + E_2$ **(γ)**$E = E_1 + E_2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Επαναληπτικές Πανελλήνιες - Ιούνης 2016

3. Θέμα Γ - Ασκήσεις

3.1. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t = 0$είναι $A_0 = 8cm$ και τη χρονική στιγμή $t = 20s$ είναι $A_1 = 2cm$.

α. Ποια είναι η τιμή της σταθεράς Λ της ταλάντωσης;

β. Πόσος χρόνος χρειάζεται ώστε το πλάτος της ταλάντωσης να μείνει το μισό του αρχικού;

γ. Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t = 30s$;

δίνεται : $ln2 = 0,7$

3.2. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Η σταθερά Λ της ταλάντωσης ισούται με $\Lambda = 0,014s^{-1}$.

α. Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα το σύστημα θα έχει χάσει τα 3/4 της αρχικής του ενέργειας.

β. Να υπολογιστεί ο αριθμός των ταλαντώσεων N που πραγματοποιεί το σύστημα μέχρι να υποτετραπλασιαστεί η αρχική του ενέργεια.

γ. Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ η ενέργεια της ταλάντωσης είναι E_0 και μετά από χρόνο $\Delta t = t_1$ η % ελάττωση της ενέργειας ταλάντωσης είναι 36% να βρείτε την % ελάττωση του πλάτους της ταλάντωσης.

Δίνεται ότι η περίοδος των ταλαντώσεων είναι $T = 0,5s$ και $ln2 = 0,7$.

3.3. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-(ln4)t}$. Σε χρονικό διάστημα 10 T, όπου T η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης, το πλάτος ελαττώνεται στο μισό της αρχικής του τιμής. Να υπολογίσετε:

α. την περίοδο T της φθίνουσας ταλάντωσης.

β. τον αριθμό των ταλαντώσεων N που πρέπει να πραγματοποιηθούν ώστε το πλάτος να μειωθεί από $\frac{A_0}{4}$ σε $\frac{A_0}{16}$.

γ. Το κλάσμα της αρχικής ενέργειας που έχασε ο ταλαντωτής στο χρονικό διάστημα που πέρασε για να ελαττωθεί το πλάτος της ταλάντωσης από $\frac{A_0}{4}$ σε $\frac{A_0}{16}$.

3.4. Σώμα μάζας $m = 2kg$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 200N/m$, το πάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση και η δύναμη απόσβεσης που επενεργεί πάνω του είναι της μορφής $F' = -0.5v(S.I.)$. Εφαρμόζουμε στο σύστημα περιοδική δύναμη διέγερσης με συχνότητα $\frac{5}{\pi}Hz$, οπότε αποκαθίσταται ταλάντωση σταθερού πλάτους που είναι ίσο με $0,2m$. Αν η αρχική φάση της ταλάντωσης σταθερού πλάτους είναι $\phi_0 = 0$, τότε:

α. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της εξαναγκασμένης ταλάντωσης.

β. Να υπολογίσετε το μέγιστο ρυθμό απορρόφησης ενέργειας του ταλαντωτή από τον διεγέρτη, κατά τη διάρκεια μιας περιόδου.

γ. Αν αυξήσουμε τη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος της ταλάντωσης θα αυξηθεί ή θα ελαττωθεί· Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

3.5. Ένα σώμα μάζας $250g$ εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο, με εξισώσεις $x_1 = 0,08\eta\mu 4\pi t$ και $x_2 = 0,08\sqrt{3}\eta\mu(4\pi t + \frac{\pi}{2})$ (όλα τα μεγέθη στο $S.I.$).

α. Να υπολογισθεί το πλάτος A της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα.

β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα.

γ. Να βρεθεί η δύναμη επαναφοράς τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση $x = 0,1m$.

δ. Να υπολογισθεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου τη στιγμή που περνά από τη θέση $x = 0,08m$.

Δίνεται: $\pi^2 = 10$.

3.6. Σώμα Σ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που εξελίσσονται κατά μήκος του άξονα $x'x$ λείου οριζόντιου δαπέδου και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις απομάκρυνσης $x_1 = 10\sqrt{3}\eta\mu(10\pi t)$ και $x_2 = 10\eta\mu(10\pi t + \frac{5\pi}{6})$, όπου x_1 και x_2 σε cm και t σε sec

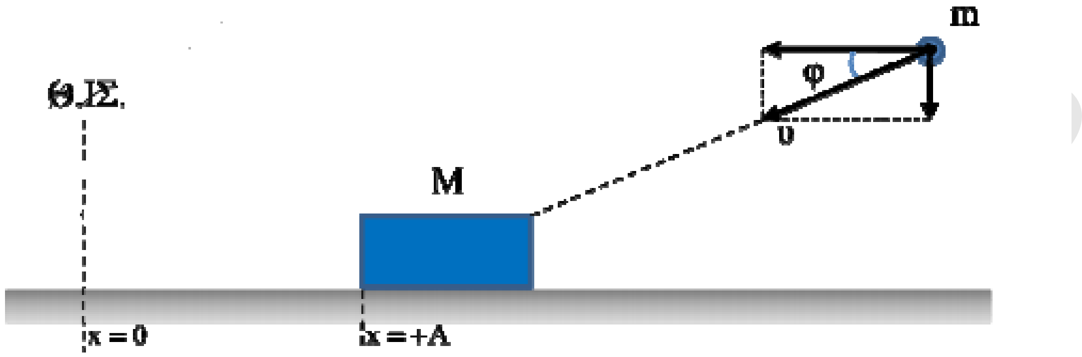
α. Να δείξετε ότι η εξίσωση της απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης του σώματος από την θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο, είναι:

$$x = 10\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{6})$$

με x σε cm και t σε s.

β. Να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{K}{U}$ τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{1}{60}s$, όπου K η κινητική ενέργεια ταλάντωσης του σώματος εξαιτίας της σύνθετης ταλάντωσης που εκτελεί.

Τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα Σ βρίσκεται στη θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης, σφηνώνεται σε αυτό βλήμα μάζας $m = 1kg$ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 10m/s$, υπό γωνία ϕ ως προς την οριζόντια κατεύθυνση όπως φαίνεται στο σχήμα. Δίνεται $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,8$.



γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση καθώς και την μεταβολή της ενέργειας της ταλάντωσης εξαιτίας της κρούσης.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του βλήματος μάζας m κατά την διάρκεια της κρούσης.

Δίνεται: $\pi^2 = 10$. Το σώμα δεν αναπηδά κατά την κρούση. Μετά την κρούση η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης δεν μεταβάλλεται. **Πηγή: ΟΕΦΕ 2015**

3.7. Υλικό σημείο Σ εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις $x_1 = 2\eta\mu 10t$ και $x_2 = 2\sqrt{3}\eta\mu(10t + \frac{\pi}{3})$, (και x σε cm, t σε s).

α. Να υπολογισθεί το πλάτος της συνισταμένης απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.

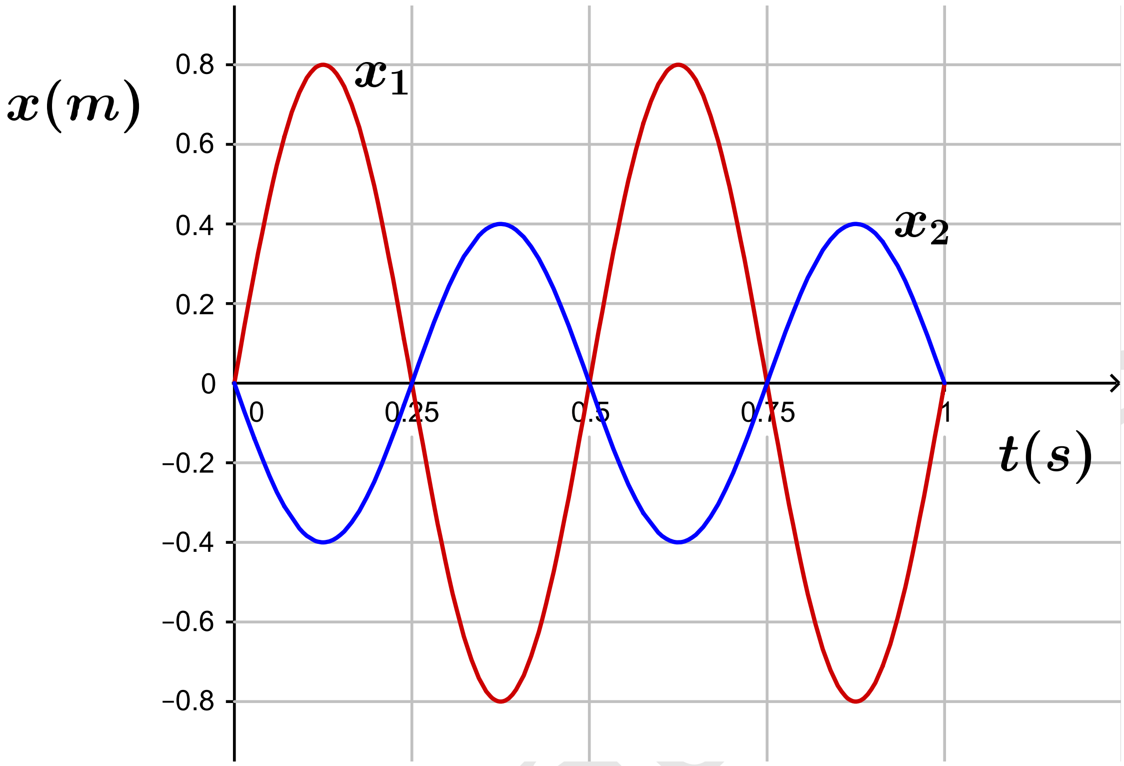
β. Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.

γ. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του Σ.

δ. Να υπολογισθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{15}s$ μετά από τη στιγμή $t = 0$.

3.8. Ένα σώμα μάζας $m = 0,1kg$ εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο και οι απομακρύνσεις τους δίνονται από το παρακάτω διάγραμμα.

α. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης των δύο ταλαντώσεων.



β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης και να παρασταθεί γραφικά στο ίδιο διάγραμμα με τις δύο επιμέρους ταλαντώσεις.

γ. Να υπολογισθεί η ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης.

δ. Να βρεθεί η απομάκρυνση της σύνθετης ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια γίνει τριπλάσια της δυναμικής, για πρώτη φορά.

Δίνεται: $\pi^2 = 10$.

3.9. Ένα διαπασών παράγει ήχο συχνότητας $f_1 = 1001 Hz$. Αν φέρουμε πολύ κοντά ένα δεύτερο διαπασών, περίπου ίδιο με το πρώτο, παράγεται και ένας δεύτερος ήχος συχνότητας f_2 που είναι λίγο μικρότερη από την πρώτη. Ο σύνθετος ήχος που ακούει τότε ένας παρατηρητής έχει συχνότητα $f = 1000 Hz$. Να υπολογισθεί:

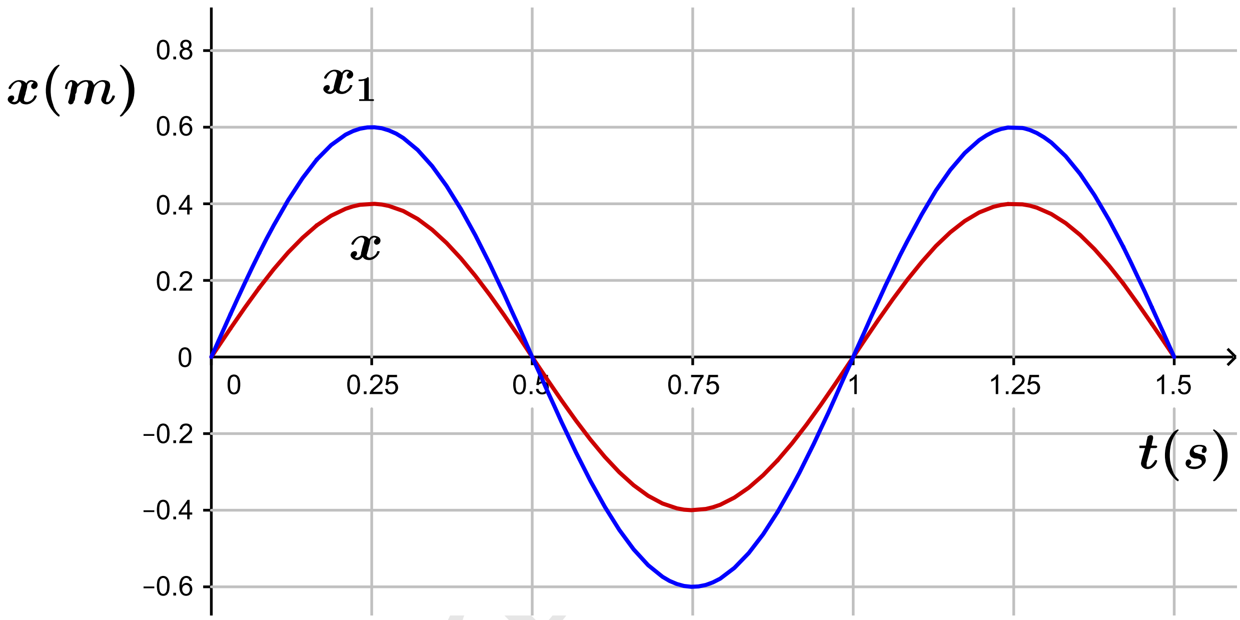
α. η συχνότητα f_2 .

β. η συχνότητα μεταβολής του πλάτους της σύνθετης κίνησης.

γ. πόσες φορές μηδενίζεται η ένταση του ήχου που ακούει ο παρατηρητής σε χρόνο $\Delta t = 2s$.

δ. Ένα μόριο του αέρα ταλαντώνεται εξαιτίας του ήχου που παράγουν τα διαπασών. Να υπολογισθεί πόσες φορές περνά από τη θέση ισορροπίας του σε χρόνο ίσο με τη περίοδο των διακροτημάτων.

3.10. Ένα σώμα μάζας $m = 0,2kg$ εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο. Στο παρακάτω διάγραμμα, φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης της πρώτης ταλάντωσης $x_1(t)$ και της συνισταμένης ταλάντωσης $x(t)$.



α. Να υπολογισθεί η σταθερά της συνισταμένης ταλάντωσης.

β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της πρώτης και της συνισταμένης ταλάντωσης.

γ. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της δεύτερης ταλάντωσης και να παρασταθεί γραφικά στο ίδιο διάγραμμα.

δ. Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή .

3.11. Σώμα μάζας $m = 0,5kg$ εκτελεί ταυτοχρόνως δύο Α.Α.Τ. της ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Οι δύο Α.Α.Τ. περιγράφονται από τις εξισώσεις: $x_1 = 0,5\eta\mu 20\pi t (S.I.)$ και $x_2 = 0,7\eta\mu(20\pi t + \pi)(S.I.)$

α. Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης και της ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο για τη σύνθετη ταλάντωση.

β. Να υπολογιστεί η περίοδος της σύνθετης ταλάντωσης.

γ. Να υπολογιστεί το πλάτος της δύναμης επαναφοράς για τη σύνθετη ταλάντωση.

δ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος όταν η απομάκρυνσή του είναι $x = 0,1m$.

Δίνεται $\pi^2 = 10$.

3.12. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α.Α.Τ. της ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος και συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο. Οι επιμέρους ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις $x_1 = 0,2\eta\mu 100\pi t (S.I.)$ και $x_2 = 0,7\eta\mu(102\pi t)(S.I.)$

α. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε σχέση με το χρόνο για τη σύνθετη ταλάντωση.

β. Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή που μηδενίζεται το πλάτος για πρώτη φορά.

γ. Να υπολογιστεί ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους.

4. Θέμα Δ - Προβλήματα

4.1. Ένα σώμα μάζας 200 g εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, ίδιας συχνότητας, ίδιου πλάτους Α και γύρω από το ίδιο σημείο. Η πρώτη ταλάντωση έχει αρχική φάση μηδέν και υστερεί φασικά από τη δεύτερη κατά ϕ, με $\phi < \pi rad$. Η συνισταμένη κίνηση που προκύπτει έχει το ίδιο πλάτος Α με κάθε μια από τις επιμέρους ταλαντώσεις. Η κάθε μια ταλάντωση έχει ενέργεια 0,1 J , ενώ η δύναμη επαναφοράς έχει μέγιστη τιμή 2 N.

α. Να υπολογισθεί η διαφορά φάσης της δεύτερης ταλάντωσης με την πρώτη και της σύνθετης ταλάντωσης με την πρώτη.

β. Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης των δύο αρχικών ταλαντώσεων.

γ. Να γραφεί η εξίσωση της επιτάχυνσης – χρόνου για την συνισταμένη ταλάντωση.

δ. Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σώματος τη στιγμή που η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι τριπλάσια της κινητικής.

4.2. Ένα σώμα μάζας $100g$ εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, ίδιας συχνότητας και γύρω από το ίδιο σημείο. Η δεύτερη ταλάντωση έχει τριπλάσιο πλάτος από την πρώτη και η φάση της προηγείται κατά γωνία $\phi = 60^o$. Η πρώτη ταλάντωση έχει αρχική φάση μηδέν. Η συνισταμένη ταλάντωση έχει εξίσωση $x = 0,2\sqrt{13}\eta\mu(2\pi t + \theta)$ $(S.I.)$.

α. Να υπολογισθεί η αρχική φάση της συνισταμένης ταλάντωσης.

β. Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης των δύο αρχικών ταλαντώσεων.

γ. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας - χρόνου της συνισταμένης ταλάντωσης.

δ. Να υπολογισθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος όταν περνά από τη θέση .

Να θεωρήσετε ότι: $\pi^2 \simeq 10$ και $0,6\sqrt{3} \simeq 1$.

4.3. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο που περιγράφονται από τις εξισώσεις $x_1 = A\eta\mu 199\pi t$ και $x_2 = A\eta\mu 201\pi t (S.I.)$. Η εξίσωση που περιγράφει την συνισταμένη ταλάντωση είναι $x = 0,04\sigma\upsilon\nu(2\pi f_3 t)\eta\mu(2\pi f_4 t)$ $(S.I.)$.

α. Να υπολογισθεί το πλάτος A και οι συχνότητες f_1 και f_2 των δύο επιμέρους Α.Α.Τ.

β. Τι εκφράζει το ημιάθροισμα των συχνοτήτων των επιμέρους Α.Α.Τ. και ποια είναι η τιμή του;

γ. Να υπολογισθεί η περίοδος των διακροτημάτων T_δ και ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα στο χρόνο αυτό.

δ. Να σχεδιάσετε ποιοτικά τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης με το χρόνο.

4.4. Οι ήχοι που παράγονται από δύο ακίνητα διαπασών, έχουν την ίδια ένταση, βρίσκονται πολύ κοντά το ένα με το άλλο και έχουν συχνότητες $f_1 = 499Hz$ και $f_2 = 501Hz$, αντίστοιχα. Οι ήχοι αναγκάζουν το τύμπανο ενός αυτιού να ταλαντώνεται. Οι επιμέρους ταλαντώσεις που ενεργοποιούν το τύμπανο έχουν μηδενική αρχική φάση και ίδιο πλάτος A .

α. Να υπολογισθεί η συχνότητα:

1. των διακροτημάτων.
2. μεταβολής του πλάτους της σύνθετης κίνησης.
3. της σύνθετης κίνησης.

β. Να υπολογισθεί ο αριθμός των μεγιστοποιήσεων του πλάτους των διακροτημάτων σε χρόνο 20 s.

γ. Να υπολογισθεί ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί το τύμπανο σε χρόνο 1 s.

δ. Να υπολογισθεί, σαν συνάρτηση του χρόνου, η διαφορά φάσης των δύο επιμέρους ταλαντώσεων που ενεργοποιούν το τύμπανο και να παρασταθεί γραφικά. Στο διάγραμμα να φαίνονται οι χρονικές στιγμές $\frac{T_\delta}{2}$ και T_δ (όπου T_δ η περίοδος των διακροτημάτων). Να εξηγήσετε με τη βοήθεια της διαφοράς φάσης, γιατί στις στιγμές αυτές το πλάτος είναι μηδέν και μέγιστο αντίστοιχα.

4.5. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, ίδιου πλάτους , που πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο με παραπλήσιες συχνότητες f_1 και f_2 $(f_1 < f_2)$. Οι δύο ταλαντώσεις έχουν αρχική φάση μηδέν. Η απομάκρυνση σε συνάρτηση με το χρόνο της σύνθετης κίνησης που παρουσιάζει διακροτήματα είναι $x = 0.02\sigma\upsilon\nu(2\pi t)\eta\mu(50\pi t)$ $(S.I.)$

α. Να υπολογισθούν οι συχνότητες f_1 και f_2 και το πλάτος A των δύο ταλαντώσεων.

β. Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης – χρόνου των δύο επιμέρους ταλαντώσεων.

γ. Να υπολογιστεί πότε μηδενίζεται το πλάτος του διακροτήματος στο χρονικό διάστημα από 0 έως $1s$.

δ. Να υπολογισθεί πόσες φορές μηδενίζεται η απομάκρυνση της σύνθετης κίνησης σε χρόνο ίσο με την περίοδο των διακροτημάτων.

ε. Να γίνει το διάγραμμα της συνισταμένης ταλάντωσης για χρονικό διάστημα από 0 έως 1 s .

4.6. Σώμα μάζας $m = 1,2kg$ εκτελεί σύνθετη γραμμική αρμονική ταλάντωση χωρίς τριβές. Οι εξισώσεις των συνιστωσών ταλαντώσεων στο $S.I.$ είναι $x_1 = \sqrt{3}\eta\mu(\omega t)$ και $x_2 = \sqrt{3}\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{3})$

α. Υπολογίστε το πλάτος Α και την αρχική φάση θ της ταλάντωσης του σώματος.

β. Γράψτε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο, αν γνωρίζεται ότι το σώμα περνάει για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του την χρονική στιγμή $t = 2,5s$.

γ. Υπολογίστε την κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 5,5s$.

δ. Θεωρήστε ότι κάποια χρονική στιγμή $t_1 > 5,5s$ που το σώμα βρίσκεται σε ακραία θετική θέση, αρχίζει να δρα πάνω του μια δύναμη απόσβεσης της μορφής $F' = -bv$, όπου $b > 0$, οπότε μετά από χρόνο $12s$ το πλάτος υποδιπλασιάζεται. Μετά από πόσο χρόνο από την χρονική στιγμή t_1 , το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος θα έχει γίνει $A/16$.;

Δίνεται: $\pi^2 = 10$

4.7. Ένα σώμα $m = 2kg$ μετέχει ταυτόχρονα σε δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο για κάθε μια από τις επιμέρους ταλαντώσεις στο $S.I.$ είναι: $\upsilon_1 = 8\pi\sigma\upsilon\nu(\omega t + \pi)$ και $\upsilon_2 = \upsilon_{2max}\sigma\upsilon\nu(\omega t)$. Η εξίσωση της σύνθετης ταλάντωσης προκύπτει από την σχέση: $x = 4\eta\mu(100\pi t)$, (x σε cm, t σε s)

.

α. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με τον χρόνο για την σύνθετη κίνηση.

β. Να γραφτεί η εξίσωση της απομάκρυνσης για κάθε μια από τις συνιστώσες ταλαντώσεις.

γ. Ποια θα έπρεπε να είναι η μέγιστη επιτάχυνση του σώματος εξαιτίας της δεύτερης ταλάντωσης ώστε το σώμα να παρέμενε συνεχώς στην θέση ισορροπίας.

δ. Αν η παραπάνω σύνθετη ταλάντωση γίνεται μέσα σε ένα υλικό που ασκεί στο σώμα δύναμη της μορφής $F' = -bv$, όπου b η σταθερά απόσβεσης, οπότε το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο σύμφωνα με την σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, να βρείτε το ποσοστό της ενέργειας που χάθηκε μετά από χρόνο $t = 2T$, όπου Τ η περίοδος της ταλάντωσης.

Δίνεται η σταθερά Λ του υλικού $\Lambda = \dfrac{ln2}{T}$ και ότι $\pi^2 = 10$

4.8. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο άνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2kg$ που ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνεται πάνω στο σώμα Σ_1, χωρίς ταχύτητα, ένα άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1kg$. Το σύστημα των δύο μαζών θα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = \frac{1}{30}m$.

Θεωρώντας την κατακόρυφη προς τα πάνω φορά, ως θετική και την επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$ να υπολογίσετε:

α. Την σταθερά k του ελατηρίου.

β. Την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σε συνάρτηση με τον χρόνο $U = f(t)$

γ. Την δύναμη επαφής N που ασκείται από το Σ_2 στο σώμα Σ_1 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από την Θέση Ισορροπίας. Να κατασκευαστεί το αντίστοιχο διάγραμμα $N = f(x)$

δ. Το μέγιστο επιτρεπτό πλάτος A' ταλάντωσης για το παραπάνω σύστημα, ώστε τα δύο σώματα να παραμένουν σε επαφή σε όλη την διάρκεια της ταλάντωσης.

Κάποια χρονική στιγμή t_1 που το σύστημα των δύο μαζών βρίσκεται στην ακραία θετική θέση, διαβιβάζω στο σύστημα αέρα με αποτέλεσμα να ασκηθεί δύναμη απόσβεσης της μορφής $F' = -3v(S.I.)$.

στ. Να υπολογισθεί ο ρυθμός με τον οποίο το σύστημα θα χάνει ενέργεια την χρονική στιγμή που διέρχεται από την Θέση Ισορροπίας έχοντας χάσει το 25% της ενέργειας του είχε την t_1.

4.9. Σώμα μάζας $m = 2kg$ είναι κρεμασμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k = 200N/m$ το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην οροφή. Ανυψώνουμε το σώμα μέχρι την Θέση Φυσικού Μήκους του ελατηρίου και την χρονική στιγμή $t = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση μικρής απόσβεσης και το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο, σύμφωνα με την σχέση $A = A_o e^{-(ln2)t/\pi}$ $S.I.$

α. Να υπολογίσετε τη συχνότητα, καθώς και την αρχική ενέργεια της φθίνουσας ταλάντωσης.

β. Να βρείτε το πηλίκο $\frac{E_N}{E_{N+1}}$, όπου E_N η ενέργεια της ταλάντωσης στο τέλος της N περιόδου και E_{N+1} η ενέργεια της ταλάντωσης στο τέλος της N+1 ταλάντωσης.

γ. Να υπολογίσετε την χρονική στιγμή που η ενέργεια της ταλάντωσης θα έχει μειωθεί στο 1/16 της αρχικής της τιμής.

δ. Να βρείτε στο τέλος ποιας περιόδου το σώμα θα απέχει από τη Θέση Φυσικού Μήκους του ελατηρίου απόσταση $7,5cm$.

Δίνονται: $g = 10m/s^2$ και $2^{0,4} = 1,32$

4.10. Σώμα Σ μάζας $m_1 = 4kg$ ισορροπεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 400N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Ανεβάζουμε το σώμα μάζας m_1 κατά απόσταση $l = 0,05m$ από τη θέση ισορροπίας του και το εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα κάτω (κατά την αρνητική φορά δηλαδή) με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = (\sqrt{3}/2)m/s$. Το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α. Να βρεθεί το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης του σώματος Σ

β. Κάποια στιγμή που το σώμα Σ περνά από την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του και κατεβαίνει, συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας m_2 που ανεβαίνει με ταχύτητα μέτρου υ_2. Μετά τη σύγκρουση το συσσωμάτωμα ανεβαίνει και φτάνει μέχρι μια θέση που βρίσκεται πάνω από το φυσικό μήκος του ελατηρίου κατά $d = 0,1m$.

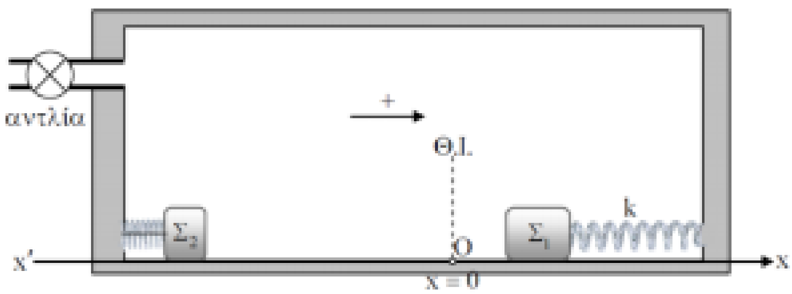
Δίνεται η περίοδος $T_{o\lambda}$ της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι $T_{o\lambda} = \sqrt{2}T_1$, όπου T_1 η περίοδος της ταλάντωσης που έκανε το σώμα Σ.

Να βρεθούν: **(**i**)** η μάζα m_2 και **(**ii**)** το μέτρο της ταχύτητας υ_2.

γ. Κάποια στιγμή $(t = 0)$ το σύστημα συσσωματώματος - ελατηρίου βυθίζεται σε υγρό. Το σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση για την οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι της μορφής $F = -b \cdot \upsilon$, όπου b θετική σταθερά. Δίνεται η σταθερά $\Lambda = 0,195s^{-1}$. Να βρεθεί σε ποια χρονική στιγμή το σύστημα συσσωματώματος – ελατηρίου έχει χάσει ενέργεια $13,5J$. Δίνεται $ln2 = 0,693$

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

4.11. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 160N/m$, το άλλο άκρο του οποίου, είναι δεμένο στο κατακόρυφο τοίχωμα ενός κλειστού δοχείου, από το οποίο έχει αφαιρεθεί ο αέρας μέσω αντλίας κενού. Δεύτερο ελατήριο, που έχει το ένα του άκρο δεμένο στο απέναντι κατακόρυφο τοίχωμα του δοχείου, συγκρατείται συσπειρωμένο μέσω νήματος, ενώ το άλλο άκρο του βρίσκεται σε επαφή με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 0,6kg$. Το Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κινούμενο πάνω στην οριζόντια και απολύτως λεία βάση του δοχείου, η διεύθυνση της οποίας ταυτίζεται με τη διεύθυνση του άξονα κίνησης $x'Ox$.



Η ταλάντωση εξελίσσεται έτσι ώστε κατά τη διάρκεια της, το Σ_1 να μην συγκρούεται με το Σ_2. Ως αρχή Ο του άξονα της κίνησης, $x = 0$, ορίζουμε τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης και θετική φορά όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης είναι ίση με $0,8m$ και κατά τη διάρκεια της, το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κάθε $0,25s$. Τη χρονική στιγμή που θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου ($t = 0$), το σώμα βρίσκεται στη θέση $x = 0,2\sqrt{3}m$ και το μέτρο της ταχύτητας του αυξάνεται.

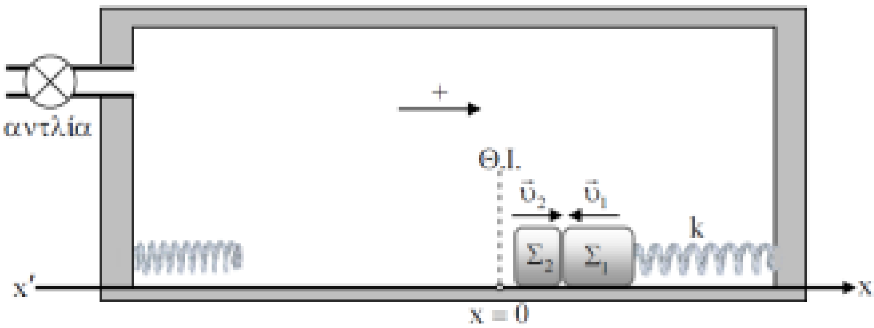
α. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο

β. Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που πλησιάζοντας τη θέση ισορροπίας, διέρχεται από θέση στην οποία η δύναμη επαναφοράς έχει αλγεβρική τιμή $-51,2N$.

Κάποια στιγμή το νήμα, που συγκρατεί το αριστερό ελατήριο συσπειρωμένο, κόβεται και το Σ_2 αρχίζει να κινείται προς το Σ_1, χάνοντας την επαφή του με το ελατήριο όταν αυτό αποκτήσει το φυσικό του μήκος. Τα δυο σώματα συγκρούονται πλαστικά τη στιγμή που η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του Σ_1 ισούται με $\Gamma 0,96\pi m/s$ και κινείται στον θετικό ημιάξονα, ενώ το Σ_2 κινείται με ταχύτητα $\vec{v}_2$ Το ποσοστό απώλειας μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δυο σωμάτων κατά την κρούση είναι 100%.

γ, Να υπολογίσετε το μέτρο $|v_2|$ της ταχύτητας, με την οποία προσκρούει το Σ_2 στο σώμα Σ_1.

Αμέσως μετά την σύγκρουση εισάγεται ακαριαία αέρας στο δοχείο, με αποτέλεσμα η ταλάντωση που ακολουθεί να είναι φθίνουσα. Εάν η δύναμη απόσβεσης που προκαλεί η ύπαρξη του αέρα στο δοχείο, είναι της μορφής $F' = -bv$ και η σταθερά Λ έχει τιμή $\dfrac{ln2}{\pi}s^{-1}$



δ. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης μετά από 10 πλήρεις ταλαντώσεις. Θεωρήστε ότι η επίδραση των αποσβέσεων είναι τέτοια ώστε η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης να μπορεί να θεωρηθεί ίση με αυτή της αμείωτης απλής αρμονικής

Δίνονται: $\pi^2 = 10$, $\sqrt{576} = 24$
Πηγή: ΟΕΦΕ 2016
Πηγές: *Study4exams.gr, ylikonet.gr Θέματα Πανελληνίων, Επαναληπτικά Θέματα ΟΕΦΕ.*

περί
ΦΥΣΙΚΗΣ
Ορμώμενος