
Επαλληλία Αρμονικών Κυμάτων

4ο Σετ Ασκήσεων - Οκτώβρης 2015

Επιμέλεια: Δρ. Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου, Φυσικός

<http://www.perifysikhs.com>

1. Θέμα Α - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1.1. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Α και Β ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια ενός υγρού με το ίδιο πλάτος Α. Τα σημεία της μεσοκαθέτου του τμήματος ΑΒ της επιφάνειας του υγρού, μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτά, θα ταλαντώνονται με πλάτος:

- (α) 0 (β) $\frac{A}{2}$ (γ) Α δ. 2Α

1.2. Όταν δύο κύματα διαδίδονται ταυτόχρονα στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου, η αρχή της επαλληλίας των κυμάτων:

- α. ισχύει μόνο αν έχουν το ίδιο πλάτος.
- β. δεν ισχύει στις περιπτώσεις που η ισχύς των κυμάτων μεταβάλλει τις ιδιότητες του μέσου.
- γ. καθορίζει το ποσοστό συνεισφοράς του κάθε κύματος, ανάλογα με την ταχύτητα διάδοσης.
- δ. ορίζει ότι τα υλικά σημεία του μέσου ακολουθούν τη συχνότητα του κύματος με το μεγαλύτερο πλάτος.

1.3. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 , Π_2 ταλαντώνονται κάθετα στην ελαστική επιφάνεια ενός υγρού με το ίδιο πλάτος Α, παράγοντας κύματα με μήκος κύματος λ . Τα κύματα συμβάλλουν στη επιφάνεια του υγρού. Σημείο (Σ) της επιφάνειας του υγρού:

- α. θα παραμείνει ακίνητο μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό, εάν ισαπέχει από τις πηγές Π_1 και Π_2 .
- β. θα είναι σημείο ενίσχυσης αν οι αποστάσεις του (Σ) από τις πηγές Π_1 και Π_2 διαφέρουν κατά $1,5\lambda$.
- γ. θα είναι σημείο απόσβεσης αν οι αποστάσεις του (Σ) από τις πηγές Π_1 και Π_2 διαφέρουν κατά $1,5\lambda$.
- δ. θα ταλαντώνεται με πλάτος Α, μετά τη συμβολή των κυμάτων, αν οι αποστάσεις του (Σ) από τις πηγές Π_1 , Π_2 διαφέρουν κατά $0,5\lambda$.

1.4. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 , Π_2 ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια ενός υγρού με το ίδιο πλάτος A . Σημείο (Σ) της επιφάνειας απέχει κατά $r_1 = \frac{35\lambda}{6}$ από την πηγή Π_1 και κατά $r_2 = \frac{11\lambda}{6}$ από την πηγή Π_2 , όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων.

α. Το (Σ) είναι σημείο ενίσχυσης.

β. Το (Σ) μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό ταλαντώνεται με πλάτος $\sqrt{3}A$.

γ. Τα κύματα φτάνουν στο (Σ) με χρονική διαφορά $\frac{T}{2}$.

δ. Το (Σ) είναι σημείο απόσβεσης.

1.5. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 , Π_2 ταλαντώνονται κάθετα στην ελαστική επιφάνεια ενός υγρού με το ίδιο πλάτος A , παράγοντας κύματα με μήκος κύματος λ . Τα κύματα συμβάλλουν στη επιφάνεια του υγρού.

α. Αν r_1 , r_2 οι αποστάσεις ενός σημείου της επιφάνειας από τις κυματικές πηγές, τότε το πλάτος ταλάντωσής του σημείου μετά τη συμβολή των κυμάτων ισούται με $|2A\sigma\sigma\upsilon(2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda})|$.

β. Τα υλικά σημεία που ταλαντώνονται έχουν την ίδια συχνότητα.

γ. Δύο οποιαδήποτε σημεία της επιφάνειας, αν κινούνται μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτά, τότε ταλαντώνονται είτε σε αντίθεση είτε σε συμφωνία φάσης.

δ. Τα υλικά σημεία όπου τα κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά ταλαντώνονται με ενέργεια ταλάντωσης διπλάσια από την ενέργεια ταλάντωσης των πηγών.

1.6. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 , Π_2 ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια ενός υγρού με το ίδιο πλάτος A , παράγοντας κύματα με μήκος κύματος λ . Τα κύματα συμβάλλουν στη επιφάνεια του υγρού. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

α. Όλα τα σημεία που ταλαντώνονται με πλάτος $2A$ ισαπέχουν από τις πηγές.

β. Αν η διαφορά των αποστάσεων ενός σημείου της επιφάνειας από τις κυματικές πηγές ισούται με ακέραιο πολλαπλάσιο του $\frac{\lambda}{2}$, τότε το σημείο είναι σημείο απόσβεσης.

γ. Αν τα κύματα φτάνουν σε ένα σημείο της επιφάνειας με χρονική διαφορά $\frac{3T}{2}$, όπου T περίοδος των κυμάτων, τότε το σημείο είναι σημείο ενίσχυσης.

δ. Αν τα κύματα φτάνουν σε ένα σημείο της επιφάνειας με διαφορά φάσης 12π τότε το σημείο είναι σημείο ενίσχυσης.

1.7. Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις τα εγκάρσια αρμονικά κύματα: $y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ και $y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$ δημιουργώντας στάσιμο κύμα. Όλα τα σημεία του μέσου που ταλαντώνονται:

- α.** έχουν ίσα πλάτη.
- β.** βρίσκονται σε συμφωνία φάσης.
- γ.** διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας.
- δ.** έχουν την ίδια ενέργεια ταλάντωσης.

1.8. Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις τα εγκάρσια αρμονικά κύματα: $y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ και $y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$ δημιουργώντας στάσιμο κύμα. Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων του μέσου:

- α.** εξαρτάται από τη θέση του υλικού σημείου.
- β.** εξαρτάται από τη θέση του σημείου και τη χρονική στιγμή.
- γ.** εξαρτάται από τη χρονική στιγμή.
- δ.** είναι το ίδιο για όλα τα σημεία του μέσου

1.9. Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις τα εγκάρσια αρμονικά κύματα: $y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ και $y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$ δημιουργώντας στάσιμο κύμα. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

- α.** Η συχνότητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής εξαρτάται από τη θέση τους.
- β.** Η χορδή ευθυγραμμίζεται ανά $\frac{T}{2}$ όπου T η περίοδος των κυμάτων.
- γ.** Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο δεσμών ισούται με $\frac{\lambda}{2}$.
- δ.** Δύο διαδοχικές κοιλίες ταλαντώνονται εν φάση.

1.10. Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις τα εγκάρσια αρμονικά κύματα: $y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ και $y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$ δημιουργώντας στάσιμο κύμα. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

- α.** Η διαφορά φάσης δύο σημείων που βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών είναι μηδενική.
- β.** Το πλάτος των σημείων που ταλαντώνονται μεταβάλλεται περιοδικά με το χρόνο.
- γ.** Η ενέργεια δεν διαδίδεται στη χορδή αλλά παραμένει εντοπισμένη.

δ. Η απόσταση μίας κοιλίας από τον πλησιέστερο δεσμό ισούται με $\frac{\lambda}{4}$, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων.

1.11. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου δημιουργείται στάσιμο κύμα με περισσότερους από δύο δεσμούς. Όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου που ταλαντώνονται:

- α. έχουν την ίδια ολική ενέργεια
- β. έχουν την ίδια μέγιστη ταχύτητα
- γ. έχουν κάθε στιγμή την ίδια φορά κίνησης
- δ. ακινητοποιούνται στιγμιαία ταυτόχρονα.

1.12. Στη χορδή μιας κιθάρας, της οποίας τα άκρα είναι σταθερά στερεωμένα, δημιουργείται στάσιμο κύμα. Το μήκος της χορδής είναι ίσο με L . Τέσσερα (4) συνολικά σημεία (μαζί με τα άκρα) παραμένουν συνεχώς ακίνητα. Αν λ είναι το μήκος κύματος των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προήλθε το στάσιμο κύμα, τότε:

(α) $L = 3\lambda$ (β) $L = 2\lambda$ (γ) $L = \frac{3\lambda}{2}$ (δ) $L = \lambda$

2. Θέμα Β - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

2.1. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 , Π_2 ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια ενός υγρού με το ίδιο πλάτος A , παράγοντας κύματα συχνότητας f και μήκους κύματος λ . Σημείο (Σ) της επιφάνειας του υγρού απέχει κατά $r_1 = 4\lambda$ από την πηγή Π_1 και κατά $r_2 = \frac{17\lambda}{6}$ από την πηγή Π_2 . Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου (Σ) αφού συμβάλλουν σε αυτό τα κύματα ισούται με:

(α) $2\sqrt{3}\pi f A$ (β) $4\pi f A$ (γ) $\pi f A$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.2. Κατά μήκος μίας ελαστικής χορδής που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$ έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, ως αποτέλεσμα της συμβολής δύο αντίθετα διαδιδόμενων αρμονικών κυμάτων με το ίδιο πλάτος A και το ίδιο μήκος κύματος $\lambda = 0,8m$. Στο σημείο O ($x = 0$) έχει δημιουργηθεί κοιλία. Τα σημεία A ($x_A = 0,4m$) και B ($x_B = 1,6m$) παρουσιάζουν διαφορά φάσης:

(α) πrad (β) $\frac{\pi}{2} rad$ (γ) $0 rad$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.3.** Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Α και Β ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια ενός υγρού με το ίδιο πλάτος, παράγοντας κύματα με μήκος κύματος $\lambda = 0,8m$. Σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει $r_1 = 2,6m$ από την πηγή Α και μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό παραμένει ακίνητο. Η απόσταση r_2 του Σ από την πηγή Β μπορεί να είναι ίση με:

(α) $1,8m$ (β) $0,6m$ (γ) $2m$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.4.** Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Α και Β ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια ενός υγρού με το ίδιο πλάτος, παράγοντας κύματα με μήκος κύματος λ . Αν η απόσταση των πηγών ισούται με λ , τότε μεταξύ των πηγών διέρχονται:

α. δύο υπερβολές ενίσχυσης και δύο υπερβολές απόσβεσης.

β. μία υπερβολή ενίσχυσης και δύο υπερβολές απόσβεσης.

γ. μία υπερβολή ενίσχυσης και καμία υπερβολή απόσβεσης.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.5.** Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1, Π_2 ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια ενός υγρού με το ίδιο πλάτος $A = 0,4m$ και περίοδο $T = 0,1s$. Τα παραγόμενα κύματα έχουν μήκος κύματος λ . Σημείο (Σ) της επιφάνειας απέχει r_1 από την πηγή Π_1 και r_2 από την πηγή Π_2 , με $r_1 - r_2 = \frac{31\lambda}{6}$. Το σημείο (Σ), μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό, έχει μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης μέτρου

α. $16\pi m/s$

β. $8\pi\sqrt{3}m/s$

γ. $2\pi m/s$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.6.** Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1, Π_2 ταλαντώνονται κάθετα στην ελαστική επιφάνεια ενός υγρού με το ίδιο πλάτος A , παράγοντας κύματα με μήκος κύματος λ . Τα κύματα συμβάλλουν στη επιφάνεια του υγρού. Το πλήθος των υπερβολών ενίσχυσης που τέμνουν το τμήμα που συνδέει τις πηγές:

α. είναι άρτιο.

β. είναι περιττό.

γ. είναι άρτιο αν οι πηγές απέχουν κατά ακέραιο πολλαπλάσιο του λ και περιττό αν οι πηγές απέχουν περιττό πολλαπλάσιο του $\frac{\lambda}{2}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.7. Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με το ίδιο πλάτος A και το ίδιο μήκος κύματος λ , με αποτέλεσμα στη χορδή να έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα. Τα σημεία A και B του μέσου είναι κοιλίες ενώ $(AB)=3\lambda$. Μεταξύ των A και B εμφανίζονται:

- α. 6 κοιλίες.
- β. 6 δεσμοί.
- γ. 5 δεσμοί.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.8. Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος $A = 0,2m$ και συχνότητα $f = 5Hz$. Τα κύματα διαδίδονται με ταχύτητα $v = 2m/s$ και δημιουργούν στάσιμο κύμα, με κοιλία στο σημείο $O(x = 0)$, για το οποίο γνωρίζουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Το στάσιμο κύμα έχει εξίσωση:

- α. $y = 0,4\sigma\sigma\nu(5\pi x)\eta\mu(10\pi t)$ (S.I.)
- β. $y = 0,4\sigma\sigma\nu(10\pi x)\eta\mu(5\pi t)$ (S.I.)
- γ. $y = 0,4\sigma\sigma\nu(5\pi x)\eta\mu(5\pi t)$ (S.I.)

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.9. Κατά μήκος μίας ελαστικής χορδής που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$ έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, ως αποτέλεσμα της συμβολής δύο αντίθετα διαδιδόμενων αρμονικών κυμάτων με το ίδιο πλάτος και την ίδια συχνότητα. Τα σημεία A και B της χορδής είναι διαδοχικά σημεία στα οποία εμφανίζονται κοιλίες σε συμφωνία φάσης. Μεταξύ των A και B υπάρχουν:

- α. δύο δεσμοί.
- β. ένας δεσμός.
- γ. τρεις δεσμοί.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.10. Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες. Τα κύματα συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα. Δύο υλικά σημεία K , Λ του μέσου απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\frac{\lambda}{4}$. Η διαφορά φάσης με την οποία ταλαντώνονται τα σημεία K και Λ μπορεί να είναι ίση με:

- (α) 0
- (β) $\frac{\pi}{4}$
- (γ) $\frac{\pi}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.11.** Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος A και μήκος κύματος $\lambda = 1,2m$. Τα κύματα συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα, με κοιλία στο σημείο O ($x = 0$) και A ($x_A > 0$) είναι διαδοχικά σημεία με μέγιστο πλάτος ταλάντωσης που βρίσκονται σε συμφωνία φάσης. Η συντεταγμένη της θέσης του σημείου A είναι:

(α) $x_A = 0,3m$

(β) $x_A = 0,6m$

(γ) $x_A = 1,2m$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.12.** Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος A και μήκος κύματος λ . Το σημείο A του μέσου είναι δεσμός ενώ το σημείο B είναι κοιλία. Μεταξύ των A και B εμφανίζονται τρεις κοιλίες. Η απόσταση μεταξύ των A και B ισούται με:

(α) $\frac{5\lambda}{4}$

(β) $\frac{7\lambda}{4}$

(γ) $\frac{7\lambda}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.13.** Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1, Π_2 βρίσκονται στα σημεία (A) και (B) αντίστοιχα της ελαστικής επιφάνειας ενός υγρού. Οι πηγές ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού με το ίδιο πλάτος A , παράγοντας κύματα με μήκος κύματος λ . Αν $(AB) = 2,4\lambda$, τότε μεταξύ των (A) και (B) και επί του (AB) το πλήθος των σημείων απόσβεσης είναι:

(α) 4.

(β) 5.

(γ) 6.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.14.** Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1, Π_2 βρίσκονται στα σημεία (A) και (B) αντίστοιχα της ελαστικής επιφάνειας ενός υγρού. Οι πηγές ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού με το ίδιο πλάτος A , παράγοντας κύματα με μήκος κύματος λ . Τα κύματα των πηγών συμβάλλουν σε σημείο (Σ) της επιφάνειας με χρονική διαφορά $\Delta t = T$. Η μέγιστη ταχύτητα του υλικού σημείου (Σ) μετά τη συμβολή των κυμάτων είναι:

α. ίση με τη μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης των πηγών.

β. διπλάσια από τη μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης των πηγών.

γ. τριπλάσια από τη μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης των πηγών.

- 2.15.** Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1, Π_2 βρίσκονται στα σημεία (A) και (B) αντίστοιχα της ήρεμης επιφάνειας ενός υγρού. Οι πηγές ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού με το ίδιο πλάτος A , παράγοντας κύματα με μήκος κύματος λ . Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων απόσβεσης που ανήκουν στο τμήμα (AB) ισούται με:

(α) λ

(β) $\frac{\lambda}{2}$

(γ) $\frac{\lambda}{4}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.16.** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 που βρίσκονται αντίστοιχα στα σημεία Κ και Λ της επιφάνειας υγρού παράγουν πανομοιότυπα εγκάρσια αρμονικά κύματα με ίδιο πλάτος, ίσες συχνότητες f_1 και ίσα μήκη κύματος λ_1 . Αν η απόσταση των σημείων Κ και Λ είναι $d = 2\lambda_1$, τότε δημιουργούνται τέσσερις υπερβολές απόσβεσης, μεταξύ των σημείων Κ και Λ.

Αλλάζοντας την συχνότητα των δύο πηγών σε $f_2 = 3f_1$ και διατηρώντας το ίδιο πλάτος, ο αριθμός των υπερβολών απόσβεσης, που δημιουργούνται μεταξύ των δύο σημείων Κ και Λ, είναι:

(α) 6

(β) 8

(γ) 12

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελληνίες Εξετάσεις - Μάης 2013

- 2.17.** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα. Ένα μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού σε τέτοιες αποστάσεις από τις πηγές, ώστε τα κύματα να συμβάλλουν σε αυτό με χρονική διαφορά $\Delta t = \frac{T}{4}$, όπου Τ η περίοδος ταλάντωσης των πηγών.

Δεύτερο κομμάτι φελλού ίδιας μάζας με το προηγούμενο βρίσκεται στο μέσο Μ της απόστασης των πηγών Π_1 και Π_2 . Αν A_Σ και A_M είναι τα πλάτη ταλάντωσης των δύο κομματιών φελλού μετά τη συμβολή, τότε ο λόγος των ενεργειών τους $\frac{E_\Sigma}{E_M}$ είναι:

(α) $\frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(β) $\frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{1}{2}$

(γ) $\frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{1}{4}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Επαναληπτικές Πανελληνίες Εξετάσεις - Ιούνης 2014

- 2.18.** Κατά μήκος μιας οριζόντιας ελαστικής χορδής μήκους L της οποίας τα άκρα είναι ακλόνητα στερεωμένα σε ακίνητα εμπόδια, έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα ως αποτέλεσμα της συμβολής δύο αντίθετα διαδιδόμενων αρμονικών κυμάτων με το ίδιο πλάτος και την ίδια συχνότητα f . Τα κύματα διαδίδονται με ταχύτητα $7,2\text{ m/s}$. Αν μεταξύ των άκρων της χορδής εμφανίζονται 4 δεσμοί, τότε η συχνότητα των κυμάτων είναι:

(α) $2,5\text{ Hz}$

(β) 5 Hz

(γ) $7,5\text{ Hz}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.19.** Κατά μήκος μίας ελαστικής χορδής που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$ έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, ως αποτέλεσμα της συμβολής δύο αντίθετα διαδιδόμενων αρμονικών κυμάτων με το ίδιο πλάτος A και το ίδιο μήκος κύματος λ . Το στάσιμο κύμα έχει εξίσωση $y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$. Η απομάκρυνση του σημείου Α($x_A = \frac{\lambda}{3}$) τη χρονική στιγμή που το σημείο Β($x_B = \frac{6\lambda}{5}$) βρίσκεται σε μέγιστη θετική απομάκρυνση ισούται με:

(α) $0,4m$

(β) $-0,4m$

(γ) $0,2m$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.20. Κατά μήκος μίας ελαστικής χορδής που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$ έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, ως αποτέλεσμα της συμβολής δύο αντίθετα διαδιδόμενων αρμονικών κυμάτων ίδιας συχνότητας και ίδιου πλάτους, έτσι ώστε στο σημείο $O(x = 0)$ να δημιουργείται κοιλία. Τα σημεία $A(x_A = 4,5\lambda)$ και $B(x_B = 6\lambda)$:

- α. ταλαντώνονται σε αντίθεση φάσης.
- β. ταλαντώνονται σε συμφωνία φάσης.
- γ. είναι ακίνητα.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.21. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο, κατά μήκος του ημιάξονα Ox , δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση $x = 0$. Δύο σημεία K και L του ελαστικού μέσου βρίσκονται αριστερά και δεξιά του πρώτου δεσμού, μετά τη θέση $x = 0$, σε αποστάσεις $\frac{\lambda}{6}$ και $\frac{\lambda}{12}$ από αυτόν αντίστοιχα, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα. Ο λόγος των μεγίστων ταχυτήτων $\frac{v_K}{v_L}$ των σημείων αυτών είναι:

(α) $\sqrt{3}$

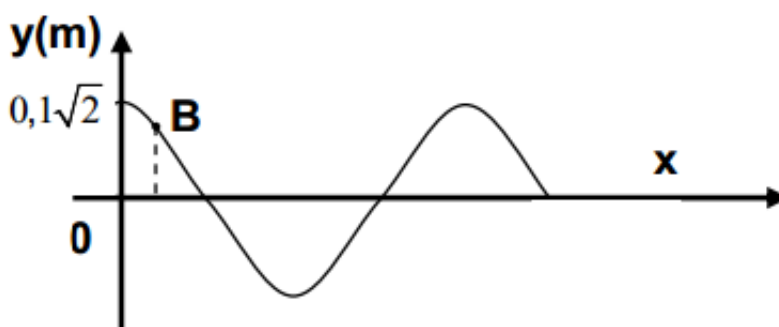
(β) $\frac{1}{3}$

(γ) 3

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελληνίες Εξετάσεις - Μάης 2012

2.22. Το παρακάτω σχήμα δίνει το στιγμιότυπο στάσιμου κύματος, με περίοδο T και μήκος κύματος λ , τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{8}$.



Το σημείο O είναι κοιλία που για $t = 0s$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα. Το πλάτος της ταλάντωσης σημείου B με $x_B = \frac{\lambda}{8}$ είναι:

(α) $0,05m$

(β) $0,1m$

(γ) $0,1\sqrt{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Επαναληπτικές Πανελληνίες-Ιούνης 2013

2.23. Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους. Σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει αποστάσεις r_1, r_2 αντίστοιχα από τις δύο πηγές. Μεταβάλλοντας ταυτόχρονα την συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών μπορούμε να καθορίσουμε το είδος της συμβολής στο σημείο Σ .

Εάν $f_{1(min)}$ η ελάχιστη δυνατή συχνότητα ταλάντωσης των δυο πηγών ώστε τα κύματα να συμβάλλουν ενισχυτικά στο σημείο Σ και $f_{2(min)}$ η ελάχιστη δυνατή συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών ώστε τα κύματα να συμβάλλουν αποσβεστικά στο σημείο Σ , τότε ο λόγος $\frac{f_{1(min)}}{f_{2(min)}}$ είναι ίσος με:

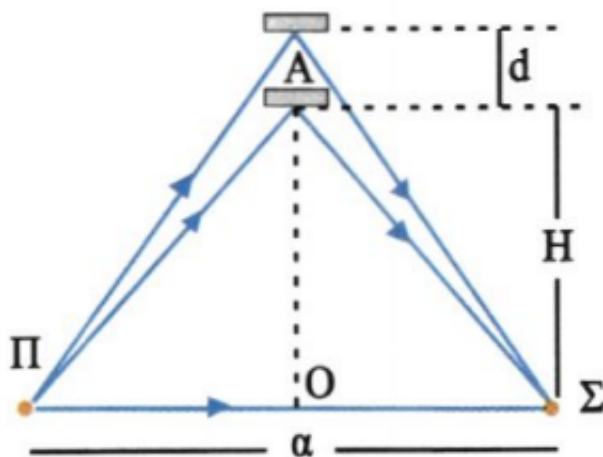
(α) 1

(β) $\frac{1}{2}$

(γ) 2

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

2.24. Σε κάποιο σημείο στην επιφάνεια ενός υγρού δημιουργούμε κύματα με την σημειακή πηγή Π . Στο σημείο Σ της επιφάνειας, σε απόσταση a από την πηγή, τα κύματα μπορούν να φτάσουν απευθείας ή να ανακλαστούν στον ανακλαστήρα A που βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού και πάνω στην μεσοκάθετο του τμήματος $\Pi\Sigma$.



Αν μετακινήσουμε τον ανακλαστήρα παρατηρούμε πως όταν απέχει απόσταση H από το O , το σημείο Σ παραμένει συνέχεια ακίνητο, ενώ για πρώτη φορά, κάνει ταλάντωση με μέγιστο πλάτος, όταν ο ανακλαστήρας μετακινείται κατά d . Το μήκος κύματος ισούται με:

(α) $\sqrt{4(H+d)^2 + a^2} - \sqrt{4H^2 + a^2}$

(β) $2\sqrt{4(H+d)^2 + a^2} - 2\sqrt{4H^2 + a^2}$

(γ) $2\sqrt{H^2 + d^2 + a^2} - 2\sqrt{H^2 + a^2}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 2.25.** Διαθέτουμε δύο πανομοιότυπες χορδές (1) και (2). Στην χορδή (1) στερεώνουμε ακλόνητα τα άκρα της και δημιουργούμε με κατάλληλο τρόπο στάσιμο κύμα με N συνολικά κοιλίες, οι οποίες έχουν συχνότητα ταλάντωσης f_1 η καθεμία.

Στη χορδή (2) στερεώνουμε ακλόνητα το ένα άκρο της ενώ το άλλο άκρο της είναι ελεύθερο και δημιουργούμε με κατάλληλο τρόπο στάσιμο κύμα, οπότε το ελεύθερο άκρο της είναι κοιλία. Αν ο συνολικός αριθμός των κοιλιών στην χορδή (2) είναι επίσης N και η συχνότητα ταλάντωσης τους f_2 τότε ισχύει:

$$\text{(α)} \frac{f_1}{f_2} = 1$$

$$\text{(β)} \frac{f_1}{f_2} = \frac{2N}{2N-1}$$

$$\text{(γ)} \frac{f_1}{f_2} = \frac{N}{N-1}$$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 2.26.** Σε γραμμικό ελαστικό μέσο (1) δημιουργείται στάσιμο κύμα έτσι ώστε το ένα άκρο του μέσου να είναι δεσμός και το άλλο άκρο να είναι κοιλία. Μεταξύ των δύο άκρων υπάρχουν άλλοι 5 δεσμοί. Σε ένα δεύτερο ελαστικό μέσο (2) από το ίδιο υλικό αλλά με διπλάσιο μήκος από το πρώτο, δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα, έτσι ώστε και τα δύο άκρα του δεύτερου μέσου να είναι δεσμοί. Μεταξύ των δύο άκρων του δεύτερου μέσου υπάρχουν άλλοι οκτώ δεσμοί. Ο λόγος των συχνοτήτων ταλάντωσης των δύο μέσων είναι:

$$\text{(α)} \frac{f_1}{f_2} = \frac{11}{9}$$

$$\text{(β)} \frac{f_1}{f_2} = \frac{2}{3}$$

$$\text{(γ)} \frac{f_1}{f_2} = \frac{9}{11}$$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαναληπτικές Πανεληθίνες-Ιούνης 2015

- 2.27.** Ένα στάσιμο κύμα που δημιουργείται σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 2A\sigma\sigma\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T}$$

Το πλάτος ταλάντωσης A' ενός σημείου M του ελαστικού μέσου που βρίσκεται δεξιά του τρίτου δεσμού από το σημείο $x = 0$ και σε απόσταση $\frac{\lambda}{12}$ από αυτόν είναι:

$$\text{(α)} A' = A\sqrt{3}$$

$$\text{(β)} A' = \frac{A}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\text{(γ)} A' = A$$

Πανεληθίνες-Μάης 2015

3. Θέμα Γ - Ασκήσεις

3.1. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 , Π_2 ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος $A = 0,2m$, κάθετα στην ελαστική επιφάνεια ενός υγρού, παράγοντας κύματα με μήκος κύματος $\lambda = 0,6m$. Οι πηγές ξεκινούν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t = 0$ με θετική ταχύτητα. Σημείο (Σ) της επιφάνειας απέχει κατά $r_1 = 7,6m$ από την πηγή Π_1 και κατά $r_2 = 4,8m$ από την πηγή Π_2 . Το (Σ) ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 12s$.

- Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του (Σ) μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό.
- Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του (Σ) σε συνάρτηση με το χρόνο, αφού συμβάλλουν σε αυτό τα κύματα.
- Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του (Σ) τη χρονική στιγμή $t' = \frac{707}{16}s$.
- Να υπολογίσετε το πηλίκο της κινητικής ενέργειας του σημείου Σ προς την ενέργεια ταλάντωσής του, τη χρονική στιγμή t' .

(Θεωρήστε ότι $\pi^2 \simeq 10$)

3.2. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, της ήρεμης επιφάνειας ενός υγρού και απέχουν κατά $d = 4m$. Οι πηγές ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού χωρίς αρχική φάση, δημιουργώντας κύματα μήκους $\lambda = 0,8m$ τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα $v = 2m/s$. Η πηγή Ισαπέχει από το σημείο (Σ) της επιφάνειας και από το μέσο Μ του ΑΒ. Στο (Σ) τα κύματα φτάνουν με χρονική διαφορά $\Delta t = 0,8s$. Το σημείο Μ ταλαντώνεται με πλάτος $0,8m$.

- Να εξετάσετε το είδος της συμβολής που συμβαίνει στο (Σ).
- Να υπολογίσετε τις αποστάσεις r_1 και r_2 .
- Να προσδιορίσετε τις θέσεις των σημείων απόσβεσης μεταξύ των Α και Β.

3.3. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, της επιφάνειας ενός υγρού. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ οι πηγές ξεκινούν να ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού, με την απομάκρυνση τους να περιγράφεται από την εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$. Τα κύματα που δημιουργούν διαδίδονται με ταχύτητα $2m/s$. Σημείο (Σ) της επιφάνειας απέχει κατά r_1 από την πηγή Π_1 και κατά $r_2 = 2m(r_2 > r_1)$ από την πηγή Π_2 . Εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από την πηγή το (Σ) εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y_{1\Sigma} = 0,4\eta\mu 2\pi(2t - 1,75)$ (S.I.).

- Να υπολογίσετε την απόσταση r_1 .
- Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας του σημείου (Σ).
- Να υπολογίσετε την ελάχιστη συχνότητα ταλάντωσης των πηγών, ώστε το (Σ) να είναι σημείο απόσβεσης.

3.4. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία A και B αντίστοιχα, της επιφάνειας ενός υγρού. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ οι πηγές ξεκινούν να ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού, με την απομάκρυνση τους να περιγράφεται από την εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$. Τα κύματα που δημιουργούν έχουν μήκος κύματος $\lambda = 0,4m$. Σημείο (Σ) της επιφάνειας απέχει κατά $r_1 = 2,5m$ από την πηγή Π_1 και κατά $r_2 = 4m$ από την πηγή Π_2 . Αφού τα κύματα συμβάλλουν στο (Σ), αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα $5Hz$ και πλάτος $1m$.

- Να υπολογίσετε τη χρονική διαφορά άφιξης των κυμάτων στο (Σ) καθώς και τη διαφορά φάσης με την οποία φτάνουν.
- Να υπολογίσετε το πλάτος των κυμάτων.
- Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό.
- Να υπολογίσετε την ελάχιστη συχνότητα ταλάντωσης των πηγών, ώστε το (Σ) να είναι ακίνητο μετά τη συμβολή των κυμάτων.

3.5. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία A και B αντίστοιχα, της επιφάνειας ενός υγρού. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ οι πηγές ξεκινούν να ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού, με την απομάκρυνση τους να περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0,2\eta\mu(10\pi t)$. Τα κύματα που δημιουργούν έχουν μήκος κύματος $\lambda = 0,4m$. Σημείο (Σ) της επιφάνειας απέχει κατά $r_1 = 2,5m$ από την πηγή Π_1 και κατά $r_2 > r_1$ από την πηγή Π_2 . Τα δύο κύματα φτάνουν στο (Σ) με χρονική διαφορά $0,3s$.

- Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.
- Να υπολογίσετε την απόσταση r_2 .
- Να εξετάσετε το είδος της συμβολής που συμβαίνει στο σημείο (Σ).
- Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της δύναμης επαναφοράς που δέχεται ένα σημειακό κομμάτι ξύλου μάζας $m = 5g$ που αρχικά ισορροπούσε στο σημείο (Σ).

(Θεωρήστε ότι $\pi^2 \simeq 10$)

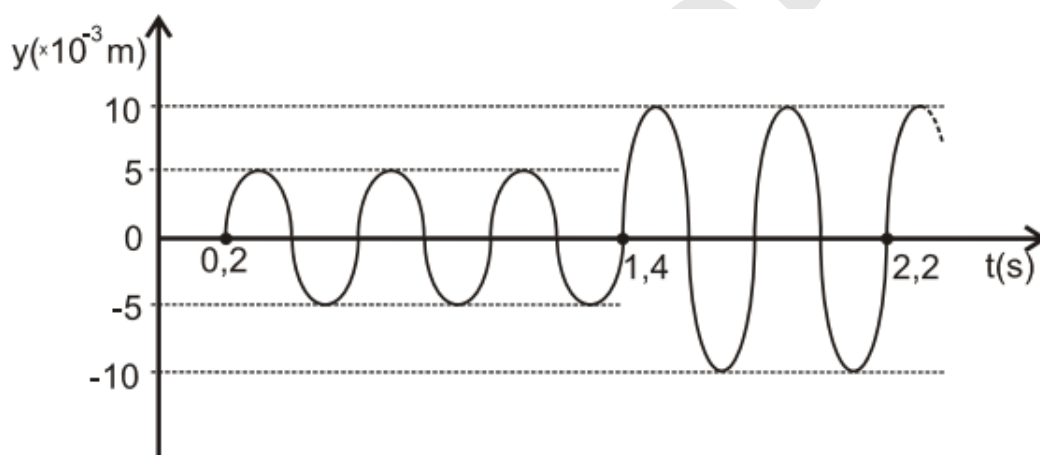
3.6. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία A και B αντίστοιχα, της επιφάνειας ενός υγρού και απέχουν κατά $d = 2m$. Οι πηγές ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού χωρίς αρχική φάση, δημιουργώντας κύματα μήκους κύματος $\lambda = 1,2m$ και πλάτους $A = 1m$. Σημείο (Λ) του AB ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t' = 0,2s$ και είναι το πλησιέστερο σημείο στην πηγή Π_2 το οποίο μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος.

- Να υπολογίσετε τις αποστάσεις του (Λ) από τις κυματικές πηγές.
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του (Λ) τη στιγμή που τα κύματα συμβάλλουν στο μέσο M του AB.

- γ.** Να υπολογίσετε την απόσταση (ΚΛ) όπου (Κ) το πλησιέστερο στην Π_1 ακίνητο σημείο του ΑΒ.
- δ.** Σημείο (Ζ) της επιφάνειας ανήκει στην ίδια υπερβολή απόσβεσης με το (Κ). Αν αυξήσουμε κατά 20% τη συχνότητα των πηγών, να υπολογίσετε το νέο πλάτος ταλάντωσης του σημείου (Ζ).

Δίνεται $\sigma\upsilon\nu\frac{4\pi}{5} \approx -0,81$.

- 3.7.** Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $v = 5\text{ m/s}$. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή Π_2 . Η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t = 0$ και εκτελούν ταλαντώσεις της μορφής $y = A\eta\mu\omega t$.



- (α)** Να βρείτε τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Σ από τις πηγές Π_1 και Π_2 , αντίστοιχα.
- (β)** Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο, για $t \geq 0$.
- (γ)** Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού κάποια χρονική στιγμή t_1 , κατά την οποία η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $y = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3}\text{ m}$
- (δ)** Έστω K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού μετά τη συμβολή. Αλλάζουμε τη συχνότητα των ταλαντώσεων των πηγών Π_1 και Π_2 έτσι ώστε η συχνότητά τους να είναι ίση με τα $\frac{10}{9}$ της αρχικής τους συχνότητας. Αν μετά τη νέα συμβολή η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού είναι K_2 , να βρεθεί ο λόγος $\frac{K_1}{K_2}$

Δίνεται ότι: $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

Πανελλήνιες Εξετάσεις - Ιούνης 2014

3.8. Οριζόντια ελαστική χορδή μήκους L έχει τα άκρα της στερεωμένα σε ακλόνητα εμπόδια. Στη χορδή έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, ως αποτέλεσμα της ταυτόχρονης διάδοσης στη χορδή δύο αντίρροπα διαδιδόμενων κυμάτων, με το ίδιο πλάτος $A = 0,2m$ και το ίδιο μήκος κύματος $\lambda = 0,4m$.

- Πόσες κοιλίες εμφανίζονται στη χορδή ;
- Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο της χορδής τη χρονική στιγμή κατά την οποία η πλησιέστερη κοιλία στο αριστερό άκρο της χορδής βρίσκεται σε μέγιστη θετική απομάκρυνση.
- Να υπολογίσετε το ποσοστό μεταβολής της συχνότητας των κυμάτων που πρέπει να επιφέρουμε, ώστε στη χορδή να εμφανίζονται 5 κοιλίες.

3.9. Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με το ίδιο πλάτος και την ίδια συχνότητα διαδίδονται με αντίθετες κατευθύνσεις σε γραμμικό ελαστικό μέσο το οποίο ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'Ox$. Τα κύματα συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα με κοιλία στο σημείο O ($x = 0$). Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 0,4\sigma\sigma\nu(2,5\pi x)\eta\mu(20\pi t) \quad (S.I.)$$

- Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των οδεύοντων κυμάτων.
- Να γράψετε τις εξισώσεις των οδεύοντων κυμάτων.
- Να υπολογίσετε την οριζόντια απόσταση μεταξύ του 3ου δεσμού του θετικού ημιιάξονα και της 2ης κοιλίας του θετικού ημιιάξονα η οποία βρίσκεται σε συμφωνία φάσης με την κοιλία που σχηματίζεται στο σημείο $O(x = 0)$.
- Να υπολογίσετε τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Z ($x_Z > 0$) του οποίου η απόσταση από το $O(x = 0)$ είναι μεγαλύτερη από την απόσταση του 2ου δεσμού του θετικού ημιιάξονα από το $O(x = 0)$ κατά $d = \frac{1}{3}m$.

3.10. Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος A , μήκος κύματος $\lambda = 0,4m$ και συχνότητα $f = 1Hz$ διαδίδονται με αντίθετες κατευθύνσεις σε χορδή η οποία ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'Ox$. Τα κύματα συμβάλλουν δημιουργώντας στάσιμο κύμα το οποίο στη θέση $O(x = 0)$ της χορδής εμφανίζει κοιλία. Το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης των σημείων του μέσου ισούται με $1,6cm$.

- Να γράψετε την εξίσωση του δημιουργούμενου στάσιμου κύματος.
- Αν Δ ($x_\Delta = \frac{8}{15}m$) υλικό σημείο της χορδής με μάζα $m = 2gr$, να υπολογίσετε τη μέγιστη δύναμη επαναφοράς που δέχεται το Δ κατά την ταλάντωση του.
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σημείου A ($x_A = 4,25m$) τη στιγμή που το σημείο B ($x_B = 4,65m$) διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.

(Δίνεται $\pi^2 \simeq 10$)

3.11. Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος $A = 0,4m$, μήκος κύματος $\lambda = 0,4m$ και συχνότητα $f = 4Hz$ διαδίδονται με αντίθετες κατευθύνσεις σε ελαστική χορδή η οποία ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'Ox$. Τα κύματα συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα το οποίο στη θέση $O(x = 0)$ εμφανίζει κοιλία. Τα σημεία A και B της χορδής ταλαντώνονται με πλάτος $A' = 0,8m$ και μεταξύ τους παρεμβάλλονται 3 δεσμοί.

- Na γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.
- Na υπολογίσετε την απόσταση AB.
- Na υπολογίσετε την απομάκρυνση και την ταχύτητα του σημείου A όταν η απομάκρυνση του σημείου B είναι $y_B = 0,2\sqrt{7}m$ και η ταχύτητα του θετική.
- Na σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του τμήματος AB τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$, όπου t_1 χρονική στιγμή κατά την οποία το σημείο A διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα.

3.12. Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με το ίδιο πλάτος και την ίδια συχνότητα διαδίδονται με αντίθετες κατευθύνσεις σε γραμμικό ελαστικό μέσο το οποίο ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $\xi O\xi$. Τα κύματα συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα το οποίο στη θέση $O(x = 0)$ εμφανίζει κοιλία. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 0,4\sigma\sigma\nu(2,5\pi x)\eta\mu(20\pi t)$$

- Na προσδιορίσετε τη θέση του δεσμού A(x_A) του θετικού ημιιάξονα μεταξύ του οποίου και του $O(x = 0)$ παρεμβάλλονται 2 ακόμα δεσμοί.
- Na γράψετε την εξίσωση ταλάντωσης του σημείου B ($x_B = 3,2m$).
- Na υπολογίσετε το πλήθος των δεσμών μεταξύ των A και B.

3.13. Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος $0,8m$ και συχνότητα $5Hz$ διαδίδονται με αντίθετες κατευθύνσεις σε γραμμικό ελαστικό μέσο το οποίο ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'Ox$. Το κάθε κύμα εξαναγκάζει το σημείο $O(x = 0)$ σε ταλάντωση της μορφής $y = A\eta\mu(\omega t)$. Τα κύματα συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα όπου δύο διαδοχικές κοιλίες απέχουν κατά $0,2m$.

- Na υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των οδεύοντων κυμάτων.
- Na γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.
- Na υπολογίσετε το πλήθος των ακίνητων σημείων του τμήματος OΔ, όπου Δ ($x_\Delta = 0,8m$).
- Na σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του τμήματος OΔ της χορδής τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,35s$.

- 3.14.** Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο το οποίο ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'Ox$, διαδίδονται τα:

$$\begin{cases} y_1 = -0,2\eta\mu 2\pi(t - 2,5x) \\ y_2 = 0,2\eta\mu 2\pi(t + 2,5x) \end{cases} \quad (S.I.)$$

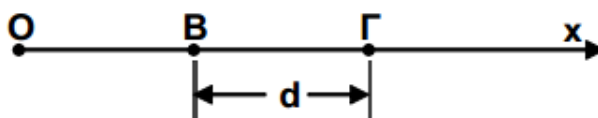
Τα κύματα συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα.

- α.** Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.
β. Να γράψετε τη συνθήκη κοιλιών και τη συνθήκη δεσμών.
γ. Να υπολογίσετε το πλήθος των δεσμών μεταξύ του σημείου $O(x = 0)$ και του σημείου $A(x_A = 5m)$.
- 3.15.** Το άκρο O μιας ομογενούς και ελαστικής χορδής, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του θετικού ημιάξονα Ox , εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις κατά τη διεύθυνση του άξονα $y'y$ και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των ταλαντώσεων στο $S.I.$ είναι:

$$y_1 = 0,1\eta\mu(50\pi t) \quad \text{και} \quad y_2 = \eta\mu(50\pi t - \pi)$$

Από την ταλάντωση του άκρου O δημιουργείται αρμονικό κύμα που διαδίδεται κατά μήκος της χορδής με ταχύτητα $v = 2m/s$.

- (α.)** Να γράψετε την εξίσωση ταλάντωσης του άκρου O της χορδής.
(β.) Να γράψετε την εξίσωση ταλάντωσης του άκρου O της χορδής.
(γ.) Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης υλικού σημείου της χορδής που βρίσκεται στη θέση $x = 0,4m$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,1s$ και τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,3s$.
(δ.) Αν τα σημεία B και Γ της χορδής απέχουν μεταξύ τους $B\Gamma = d = \frac{3\lambda}{2}$, όπως φαίνεται στο σχήμα, να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σημείου B (y_B), όταν το σημείο Γ βρίσκεται



στη μέγιστη θετική του απομάκρυνση. (λ είναι το μήκος του κύματος)

Πανελλήνιες Ομογενών - Σεπτέμβρης 2013

4. Θέμα Δ - Προβλήματα

4.1. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία A και B αντίστοιχα, της επιφάνειας ενός υγρού. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ οι πηγές ξεκινούν να ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού, με την απομάκρυνση τους να περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0,2\eta\mu(4\pi t)(S.I.)$. Τα παραγόμενα κύματα έχουν μήκος κύματος $\lambda = 0,1m$. Σημείο (Σ) της επιφάνειας απέχει κατά $r_1 = 0,3m$ από την πηγή Π_1 και κατά $r_2 = 0,8m$ από την πηγή Π_2 .

- Να γράψετε τις εξισώσεις των επιμέρους ταλαντώσεων που υποχρεώνεται να εκτελέσει το σημείο (Σ), εξαιτίας των δύο κυμάτων που φτάνουν σε αυτό από κάθε πηγή.
- Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του σημείου (Σ), μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό.
- Να γράψετε την εξίσωση επιτάχυνσης του υλικού σημείου (Σ) σε συνάρτηση με το χρόνο για $t \geq 0$.

(Θεωρήστε ότι $\pi^2 \simeq 10$)

4.2. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία A και B αντίστοιχα, της επιφάνειας ενός υγρού. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ οι πηγές ξεκινούν να ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού, με την απομάκρυνση τους να περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0,2\eta\mu(10\pi t)(S.I.)$. Σημείο (Σ) της επιφάνειας απέχει κατά $r_1 = 4,2m$ από την πηγή Π_1 και κατά $r_2 > r_1$ από την πηγή Π_2 . Το (Σ) ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,05s$ ενώ από τη χρονική στιγμή $t_2 = 1,55s$ και έπειτα σταματά να κινείται.

- Να υπολογίσετε την ταχύτητα των κυμάτων και την απόσταση r_2 .
- Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του (Σ) σε συνάρτηση με το χρόνο και της ταχύτητας ταλάντωσης του σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Να κάνετε τη γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της επιτάχυνσης του (Σ) ως συνάρτηση του χρόνου σε κατάλληλα βαθμολογημένο σύστημα αξόνων.
- Να υπολογίσετε την ελάχιστη συχνότητα των κυμάτων που μπορούμε να προκαλέσουμε ώστε στο σημείο (Σ) να υπάρχει ενίσχυση των κυμάτων.

(Θεωρήστε ότι $\pi^2 \simeq 10$)

4.3. Δύο σύγχρονες ηχητικές πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία A και B αντίστοιχα, της ελαστικής επιφάνειας ενός υγρού και απέχουν κατά $d = 5m$. Οι πηγές ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού χωρίς αρχική φάση με συχνότητα $f = 5Hz$ δημιουργώντας κύματα, τα οποία συμβάλλουν στην επιφάνεια του υγρού. Σημείο (Σ) απέχει κατά $r_{1(\Sigma)} = 3m$ από την πηγή Π_1 και κατά $r_{2(\Sigma)} > r_{1(\Sigma)}$ από την πηγή Π_2 . Μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό, το (Σ) ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση:

$$y_{\Sigma} = 0,1\eta\mu\pi\left(10t - \frac{35}{3}\right), (S.I)$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $v = 3m/s$.

- α.** Να υπολογίσετε την απόσταση του (Σ) από την Π_2 .
- β.** Να υπολογίσετε το πλήθος των σημείων ενίσχυσης που βρίσκονται πάνω στο τμήμα ΑΒ.
- γ.** Να προσδιορίσετε τη θέση του σημείου (Κ) το οποίο βρίσκεται επί του ΑΒ και ανήκει στην ίδια υπερβολή σταθερής απόσβεσης με το (Σ). Η υπερβολή αυτή βρίσκεται στο επίπεδο που ορίζουν τα σημεία Α, Β και Σ.
- δ.** Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου (Κ) σε συνάρτηση με το χρόνο.

4.4. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, της επιφάνειας υγρού και απέχουν κατά $d = 4,8m$. Οι πηγές ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού χωρίς αρχική φάση, δημιουργώντας κύματα μήκους κύματος $\lambda = 0,8m$ και πλάτους $A = 0,5m$, τα οποία και συμβάλλουν στην επιφάνεια του υγρού. Σημείο (Σ) της επιφάνειας απέχει κατά $r_{1(\Sigma)}$ από την πηγή Π_1 και κατά $r_{2(\Sigma)} > r_{1(\Sigma)}$ από την πηγή Π_2 . Το (Σ) ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,1s$ και τη χρονική στιγμή $t_2 =$ αφού εκτελέσει 2,5 ταλαντώσεις ακινητοποιείται. Το κύμα από την Π_2 φτάνει στην Π_1 επίσης τη χρονική στιγμή t_2 .

- α.** Να υπολογίσετε τις αποστάσεις $r_{1(\Sigma)}$ και $r_{2(\Sigma)}$.
- β.** Να υπολογίσετε το πλήθος των σημείων του τμήματος ΑΣ που είναι ακίνητα τη χρονική στιγμή t_1 .
- γ.** Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου (Σ) σε συνάρτηση με το χρόνο.
- δ.** Να υπολογίσετε το πλήθος των υπερβολών ενίσχυσης που τέμνουν το τμήμα ΑΣ μετά τη συμβολή των κυμάτων στο (Σ).

4.5. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, της ελαστικής επιφάνειας ενός υγρού και ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού, σύμφωνα με τις:

$$\begin{cases} y_1 = 0,2\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{3}) \\ y_2 = 0,2\eta\mu(10\pi t) \end{cases} \quad (S.I.)$$

Τα δημιουργούμενα κύματα διαδίδονται με ταχύτητα $v = 2m/s$

- α.** Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σημείου (Σ) της επιφάνειας το οποίο απέχει κατά r_1 από την πηγή Π_1 και κατά r_2 από την πηγή Π_2 , αφού συμβάλλουν τα κύματα σε αυτό.
- β.** Να γράψετε τη συνθήκη ενίσχυσης για το (Σ).
- γ.** Αν $r_1 = r_2$ ποιο είναι το πλάτος ταλάντωσης του (Σ) μετά τη συμβολή;
- δ.** Αν $r_1 = r_2$ ποιά θα έπρεπε να είναι η αρχική φάση της y_1 , ώστε το (Σ) να είναι σημείο απόσβεσης;

4.6. Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με εξισώσεις:

$$\begin{cases} y_1 = 0,2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \\ y_2 = 0,2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \end{cases} \quad (S.I.)$$

διαδίδονται με αντίθετες κατευθύνσεις σε γραμμικό ελαστικό μέσο το οποίο ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'Ox$. Τα κύματα συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα το οποίο στη θέση $O(x = 0)$ εμφανίζει κοιλία. Στο σημείο A ($x_A = 0,45m$) είναι ο πέμπτος δεσμός του θετικού ημιάξονα. Το σημείο B ($x_B = 1,025m$) διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του ανά $0,2s$.

- Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.
- Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.
- Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σημείου Γ ($x_\Gamma = \frac{13}{30}m$) τη χρονική στιγμή που το σημείο Δ ($x_\Delta = 0,2m$) βρίσκεται σε ακραία θετική απομάκρυνση.
- Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του τμήματος AB της χορδής τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του O ισούται με $y_o = 0,4m$.

4.7. Οριζόντια ελαστική χορδή μήκους $L = 1m$ έχει το δεξί άκρο της A ($x_A = 1m$) στερεωμένο σε ακλόνητο εμπόδιο. Το αριστερό άκρο O ($x_o = 0$) είναι ελεύθερο να κινηθεί. Στη χορδή έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, με το O να είναι κοιλία, η οποία ταλαντώνεται με πλάτος $A_o = 1,6m$. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του O ισούται με $v_{max(o)} = 16\pi m/s$, ενώ μεταξύ των O και A εμφανίζονται δύο δεσμοί.

- Να υπολογίσετε το μήκος κύματος των κυμάτων των οποίων η συμβολή παρήγαγε το στάσιμο.
- Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.
- Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο της χορδής τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,325s$.
- Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του υλικού σημείου B ($x_B = 0,9m$) τη στιγμή που το υλικό σημείο O βρίσκεται σε ακραία αρνητική απομάκρυνση.

4.8. Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με το ίδιο πλάτος και την ίδια συχνότητα διαδίδονται με αντίθετες κατευθύνσεις σε γραμμικό ελαστικό μέσο το οποίο ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'Ox$. Το κάθε κύμα εξαναγκάζει το σημείο $O(x = 0)$ σε ταλάντωση της μορφής $y_o = A\eta\mu(\omega t)$. Τα κύματα συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα με εξίσωση:

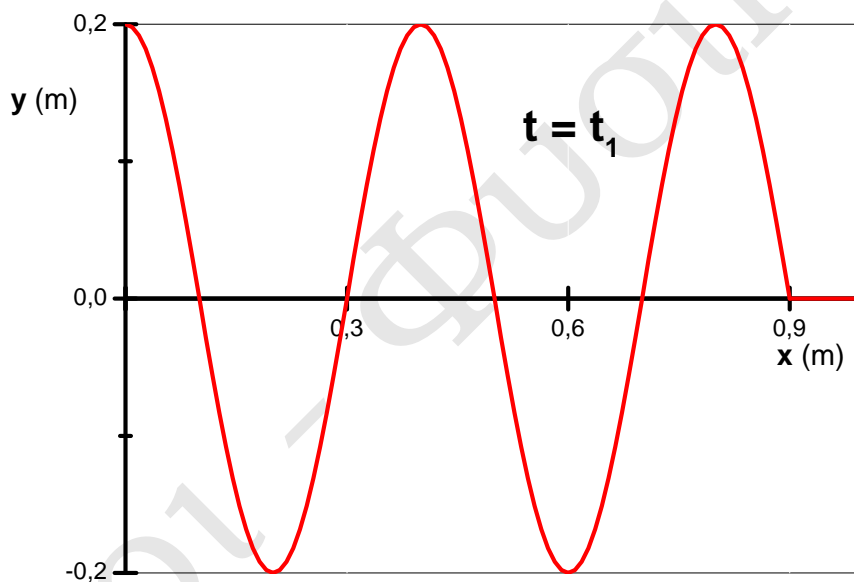
$$y = 2A\sigma\upsilon\upsilon(5\pi x)\eta\mu(8\pi t)(S.I.)$$

Το υλικό σημείο Γ ($x_\Gamma = \frac{7}{15}m$) εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A_\Gamma = 0,5m$.

- Να γράψετε τις εξισώσεις των οδεύοντων κυμάτων.

- β.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του υλικού σημείου Γ, τη στιγμή που το $O(x = 0)$ βρίσκεται στη μέγιστη θετική του απομάκρυνση.
- γ.** Υλικό σημείο Δ του θετικού ημιάξονα έχει εξίσωση ταχύτητας $y_{\Delta} = -4\sqrt{2}\pi\sigma\sigma\nu(8\pi t)$. Αν το σημείο Δ βρίσκεται μεταξύ της 6ης κοιλίας και του 6ου δεσμού του θετικού ημιάξονα, να προσδιορίσετε τη συντεταγμένη της θέσης του Δ.
- δ.** Να υπολογίσετε το πλήθος των σημείων του τμήματος ΟΔ της χορδής, τα οποία κάθε χρονική στιγμή έχουν ίση απομάκρυνση και ίση ταχύτητα με το Δ.

- 4.9.** Σε ένα γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο που συμπίπτει με τον άξονα $x'Ox$ διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα κατά την θετική φορά διάδοσης. Το σημείο $O(x = 0)$ του μέσου αρχίζει να ταλαντώνεται την χρονική στιγμή $t = 0$ με ταχύτητα $v_{max} = +6,28\text{m/s}$. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή $t = t_1$.



- α.** Να γραφεί η εξίσωση του κύματος $y = f(x, t)$.

Έστω ότι στο παραπάνω ελαστικό μέσο διαδίδεται ταυτόχρονα άλλο ένα κύμα πανομοιότυπο με το προηγούμενο με αντίθετη φορά διάδοσης, με αποτέλεσμα την δημιουργία ενός στάσιμου κύματος με κοιλία στην θέση $O(x = 0)$. Θεωρήστε ως χρονική στιγμή $t = 0$ την στιγμή συνάντησης των δύο κυμάτων στο σημείο O .

- β.** Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος.

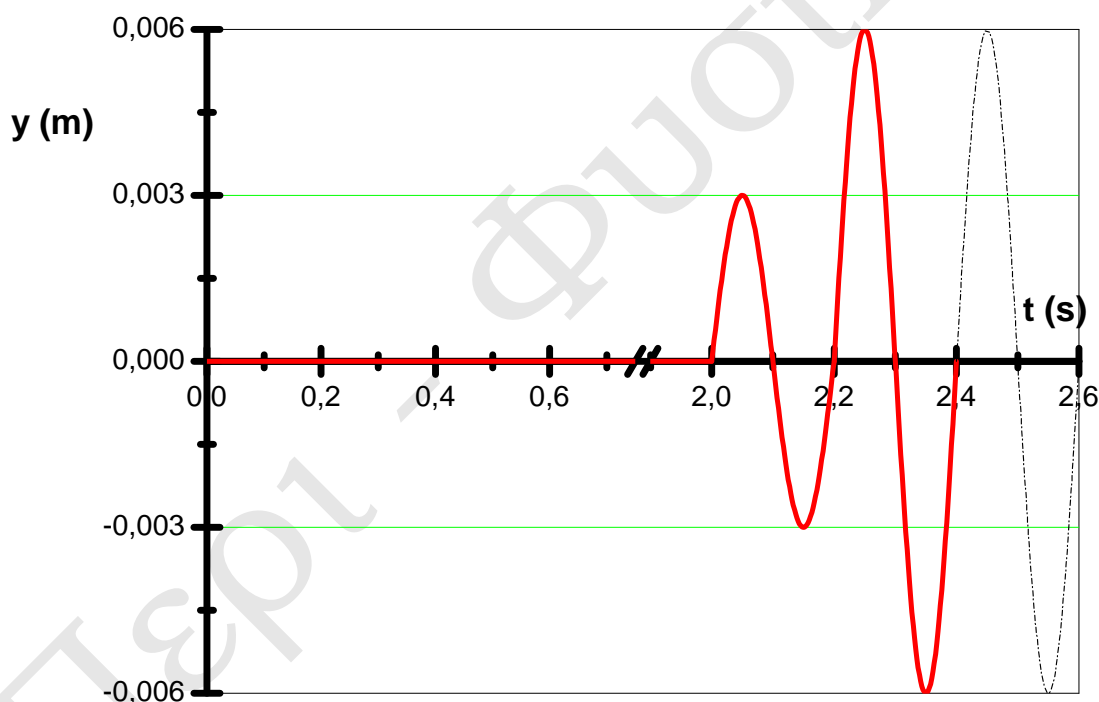
- γ.** Να υπολογιστεί η ταχύτητα ταλάντωσης του υλικού σημείου $K(x_K = \frac{1}{30}m)$ την χρονική στιγμή $t = \frac{1}{40}s$.

- δ.** Να προσδιοριστεί ο αριθμός των υλικών σημείων που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος και βρίσκονται ανάμεσα στα σημεία $M(x_M = 0,6m)$ και $N(x_N = 2m)$ του ελαστικού μέσου.

- ε. Να υπολογιστεί η ελάχιστη μεταβολή της συχνότητας των τρεχόντων κυμάτων έτσι ώστε ο πλησιέστερος δεσμός στο σημείο **O** να γίνει κοιλία του στάσιμου κύματος.

Δίνεται: $\pi = 3,14$

- 4.10.** Με κατάλληλο τρόπο δημιουργούμε στην ήρεμη επιφάνεια ενός υγρού δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 6m$. Κάποια χρονική στιγμή που την θεωρούμε ως $t_0 = 0$, οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται, παράγοντας εγκάρσια αρμονικά κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα $v = 2m/s$. Σε σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού τοποθετείτε ένας φελλός, του οποίου η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από την ακόλουθη γραφική παράσταση :



- α. Να γραφούν οι εξισώσεις των κυμάτων που παράγουν οι πηγές Π_1 και Π_2 .
- β. Να εξετάσετε το είδος της συμβολής που συμβαίνει στο σημείο Σ της επιφάνειας.
- γ. Να βρεθεί η απομάκρυνση λόγω ταλάντωσης του φελλού τις χρονικές στιγμές $t_1 = 1sec$, $t_2 = 2,125sec$ και $t_3 = 2,275sec$.
- δ. Να βρεθεί το πλήθος των υπερβολών ενίσχυσης που τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει στο σημείο Σ , με την πλησιέστερη στο Σ πηγή και βρίσκονται μεταξύ του Σ και της πηγής.

- ε. Με κατάλληλο τρόπο μεταβάλλουμε την φάση της πηγής Π_2 κατά ϕ_0 και οι πηγές μετατρέπονται σε σύμφωνες. Να βρεθεί η ελάχιστη διαφορά φάσης ϕ_0 των δύο πηγών, ώστε ο φελλός στο σημείο Σ να παραμένει ακίνητος μετά την συμβολή των δύο κυμάτων.

$$\text{Δίνεται η τριγωνομετρική ταυτότητα : } \eta\mu(\alpha) + \eta\mu(\beta) = 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\eta\mu\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$

- 4.11.** Σε γραμμικό ελαστικό μέσο που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα $x'Ox$ έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 0,1\sigma\upsilon\nu(\pi x)\eta\mu(10\pi t) \quad (S.I.)$$

Στην θέση $O(x = 0)$ εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στην θέση αυτή την χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στην θέση ισορροπίας του και κινείται κατά την θετική φορά.

- (α) Να υπολογιστεί η συχνότητα f και η ταχύτητα v των κυμάτων από τα οποία προέκυψε το στάσιμο κύμα.
- (β) Να γραφτούν οι εξισώσεις των 2 κυμάτων που συμβάλλοντας δημιούργησαν το παραπάνω στάσιμο κύμα.
- (γ) Να υπολογιστεί τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{1}{40}s$ η απομάκρυνση ενός σημείου K του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στην θέση $x_K = \frac{1}{4}s$.
- (δ) Να προσδιοριστεί ο αριθμός των κοιλιών που υπάρχουν μεταξύ των σημείων M και N του ελαστικού μέσου που βρίσκονται στις θέσεις $x_M = 10,25m$ και $x_N = 14,75m$ αντίστοιχα
- (ε) Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος στο ευθύγραμμο τμήμα (MN) την χρονική στιγμή $t = 0,4s$

