2o Επαναληπτικό Διαγώνισμα

Γ Τάξης Ημερησίου Γενικού Λυκείου

Παρασκευή 1 Μάη 2015

Εξεταζόμενο Μάθημα: Φυσική

Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα Α

Α.1 Στο σχήμα φαίνεται η πορεία μιας μονοχρωματικής ακτίνας φωτός. Ο λογος των δεικτών διάθλασης των δύο μέσων $\frac{n_1}{n_2}$είναι:

Α.2 Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις με εξισώσεις απομάκρυνσης $x_1 = A\eta\mu\omega t$ και $x_2 = 2A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$. Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης για την παραπάνω κίνηση θα είναι:

(α) $\sqrt{5}\omega^2 A$

Α.3 Σε ένα σύστημα που εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας του σώματος,

(γ) η συχνότητα της ταλάντωσης του συστήματος παραμένει σταθερή με το χρόνο.

Α.4 Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδονται ταυτόχρονα δύο κύματα με εξισώσεις $y_1 = A\eta\mu 2\pi(ft - \frac{x}{\lambda})$ και $y_1 = A\eta\mu 2\pi(ft + \frac{x}{\lambda})$. Η διαφορά φάσης ανάμεσα στα σημεία $K(x_K = \frac{\lambda}{8})$ και $\Lambda(x_\Lambda = \frac{\lambda}{16})$ είναι:

(α) 0

Α.5.

(α) Η ιδιοσυχνότητα ενός συστήματος, που αποτελείται από ένα σώμα μάζας m δεμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, θα διπλασιαστεί αν διπλασιάσουμε τη συχνότητα του διεγέρτη. **Λάθος**

(β) Περίοδος του διακροτήματος είναι ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς της απομάκρυνσης. **Λάθος**

(γ) Οι ακτίνες Χ διαδίδονται στο κενό με μεγαλύτερη ταχύτητα από τις υπέρυθρες. **Λάθος**

(δ) Σε κάθε ελαστική κρούση, τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες. **Λάθος**

(ε) Μια κρούση μεταξύ δύο κινούμενων σωμάτων θεωρείται ελαστική όταν η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ενός σώματος είναι αντίθετη της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του άλλου. **Σωστό**

Θέμα Β

Β.1 Σώμα μάζας m ισορροπεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, του οποίου το πάνω άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο στην οροφή ερευνητικού εργαστηρίου. Η επιτάχυνση της βαρύτητας δίνεται $g = 10m/s^2$. Την $t = 0$ εκτρέπουμε το σώμα από την ισορροπία και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Η δύναμη του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από την Θέση ισορροπίας θα δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης από την Θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με τον χρόνο θα είναι:

(α) $x = 0,2\eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2})$

Στην ΘΙΤ ($x = 0$) ισχύει ότι $\Sigma F = 0 \Rightarrow k\Delta l = mg = F_{\varepsilon\lambda} = 10N \Rightarrow k = 100N/m$ *και* $m = 1kg$. *Άρα* $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10rad/s$. *Επίσης η μέγιστη απομάκρυνση από την ΘΙΤ είναι* $A = 0,2m$

Από το διάγραμμα παρατηρώ ότι η Δύναμη του ελατηρίου παραμένει θετική για $-0,2m < x < 0,1m$. *Το ελατήριο βρίσκεται στο Φυσικό του μήκος όταν* $x = 0,1m$ *και η δύναμη ελατηρίου αλλάζει φορά για* $0,1 < x < 0.2$. *Άρα το ελατήριο αρχικά εκτρέπεται προς την ακραία αρνητική θέση. Για τον υπολογισμό της αρχικής φάσης έχουμε:* $-A = A\eta\mu(0+\phi_o) \Rightarrow \eta\mu\phi_o = -1 \Rightarrow \phi_o = \frac{3\pi}{2} rad$

Β.2 Τρεις όμοιες ομογενής ράβδοι μάζας Μ και μήκους L με ροπή αδράνειας ως προς το κέντρο μάζας $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$. Οι ράβδοι συνδέονται όπως φαίνεται στο σχήμα με (ΔΖ) = $\frac{L}{4}$. Το σύστημα μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται γύρω από το σημείο Κ που βρίσκεται στο μέσο της ράβδου ΑΓ. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς το σημείο Κ είναι:

(α) $\frac{25}{16}ML^2$

$$I_{(K)} = I_{1(K)} + I_{2(K)} + I_{3(K)} =$$
$$\frac{1}{12}ML^2 + (\frac{1}{12}ML^2 + M(\frac{L}{2})^2) + (\frac{1}{12}ML^2 + M(L^2 + \frac{L^2}{16})) = \frac{25}{16}ML^2$$

Β.3. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο σύγχρονες πηγές ιδίου πλάτους Π_1 και Π_2 που δημιουργούν αρμονικά κύματα μήκους κύματος λ στην επιφάνεια ενός ελαστικού μέσου. Οι δύο πηγές απέχουν μεταξύ τους απόσταση 3λ, ενώ ένα υλικό σημείο Κ της επιφάνειας του ελαστικού μέσου απέχει απόσταση 4λ από την Π_1.

Μετά την συμβολή των δύο κυμάτων, το πηλίκο των μέγιστων ταχυτήτων ταλάντωσης του σημείου Κ και του σημείου Μ που βρίσκεται στο μέσο της ευθείας που ενώνει τις δύο πηγές $\frac{\upsilon_{max(K)}}{\upsilon_{max(M)}}$είναι:

(β) 1

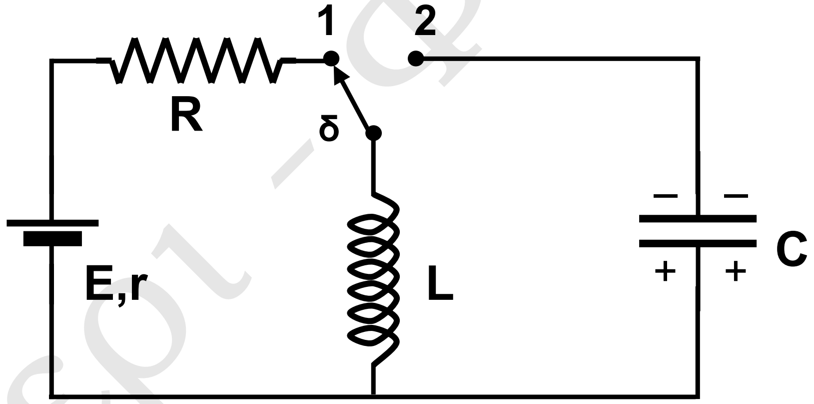
Γενικά σε μια συμβολή για ένα σημείο που απέχει αποστάσεις r_1 και r_2 από τις δύο πηγές η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης θα δίνετια από την σχέση $\upsilon_{max} = \omega A'$ με το πλάτος να είναι $A' = |2A\sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda})|$

$$\frac{\upsilon_{max(K)}}{\upsilon_{max(M)}} = \frac{\omega|2A\sigma\upsilon\nu\pi\frac{4\lambda-5\lambda}{\lambda}|}{\omega 2A} = 1$$

Παραπάνω έλαβα υπόψη ότι τα σημεία που ισαπέχουν από τις δύο πηγές σημεία είναι σημεία ενισχυτικής συμβολής. Επίσης με Πυθαγόρειο Θεώρημα βρίσκουμε την απόσταση του σημείου Κ από την μια πηγή.

Θέμα Γ

Ιδανική πηγή με ΗΕΔ $E = 10V$ και εσωτερικής αντίστασης $r = 1\Omega$, συνδέετε με αντίσταση $R = 4\Omega$, ιδανικό πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 20mH$ και πυκνωτή χωρητικότητας $C = 2\mu F$. Αρχικά ο (δ) βρίσκεται για αρκετό χρόνο στην θέση (1).



Γ.1 Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, καθώς και την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή την ίδια στιγμή.

$$I = \frac{E}{R} = 2A \Rightarrow U_B = \frac{1}{2}LI^2 = 4 \cdot 10^{-2}J$$

Μεταφέρουμε ακαριαία το διακόπτη (δ) στη θέση 2 χωρίς να ξεσπάσει ηλεκτρικός σπινθήρας και το κύκλωμα L-C εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

Γ.2 Να υπολογίσετε την περίοδο (T) των ταλαντώσεων

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T = 4\pi \cdot 10^{-4}s$$

Γ.3 Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις του φορτίου $q = f(t)$και της έντασης του ρεύματος $i = f(t)$ και να σχεδιάσετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις σε βαθμολογημένους άξονες.

Το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή θα βρεθεί από την μέγιστη ένταση ρεύματος: $I = \omega Q \Rightarrow Q = 4 \cdot 10^{-4}C$. *Ο πυκνωτής είναι αρχικά αφόρτιστος.*

$$q = 4 \cdot 10^{-4}\eta\mu(5000t) \qquad i = 2\sigma\upsilon\nu(5000t)S.I.$$

Γ.4 Για την χρονική στιγμή $t = \dfrac{\pi}{15} \cdot 10^{-3}s$ να διευκρινίσετε αν ο πυκνωτής φορτίζεται ή εκφορτίζεται.

$$q = 4 \cdot 10^{-4}\eta\mu(\frac{\pi}{3}) > 0 \qquad i = 2\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{3}) > 0$$

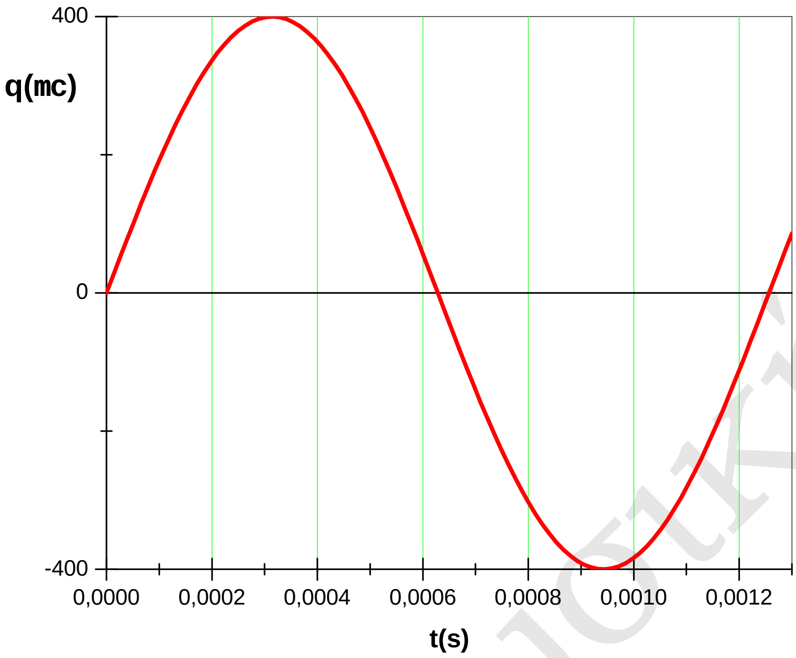
Άρα ο πυκνωτής φορτίζεται.

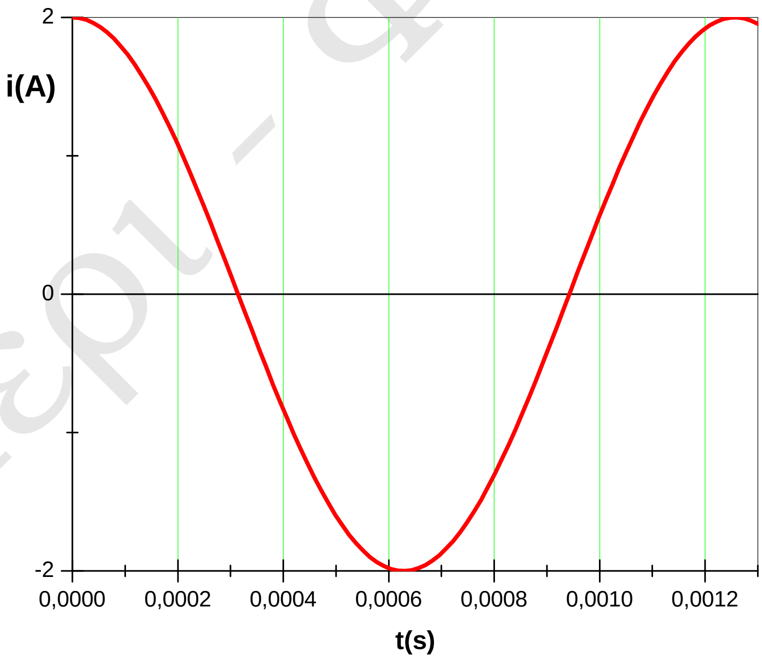
Γ.5 Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο, την χρονική στιγμή που η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι τριπλάσιο της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, για πρώτη φορά.

$$E = U_B + U_E = 4U_E \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = 4\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \Rightarrow q = +\frac{Q}{2}$$

$$E = U_B + U_E = \frac{4}{3}U_B \Rightarrow \frac{1}{2}LI^2 = \frac{4}{3}\frac{1}{2}Li^2 \Rightarrow i = +\frac{\sqrt{3}}{2}I$$

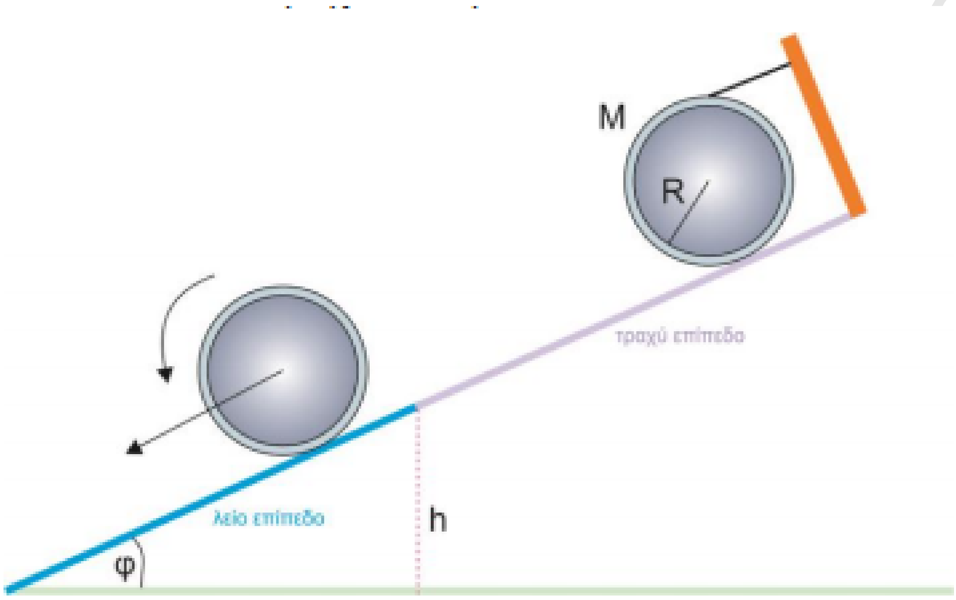
$$\frac{dU_B}{dt} = -V_c i = \frac{q}{C}i = \sqrt{3} \cdot 10^2 J/s$$





Θέμα Δ

Κυκλικός δακτύλιος μάζας $M = 1kg$ και ακτίνας $R = 0,1m$ ισορροπεί στην θέση που φαίνεται στο σχήμα με την επίδραση αβαρούς μη εκτατού νήματος πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης ϕ με $\eta\mu\phi = 0,7$. Στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου υπάρχει σημειακή πηγή ηχητικών κυμάτων συχνότητας f_s και στο κέντρο του δακτυλίου που βρίσκεται στην ίδια ευθεία με την πηγή υπάρχει σημειακός ανιχνευτής ηχητικών κυμάτων αμελητέας μάζας που καταγράφει συχνότητα $680Hz$. Να υπολογίσετε:



Δ.1 το μέτρο της τάσης του νήματος που ασκείται στον τοίχο.

Εφαρμόζω συνθήκες ισορροπίας για τον κύλινδρο.

$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow TR - T_{\text{στ}}R = 0 \Rightarrow T = T_{\text{στ}}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow Mg\eta\mu\phi - T - T_{\text{στ}} = 0 \Rightarrow Mg\eta\mu\phi = 2T_{\text{στ}} \Rightarrow T = 3,5N$$

Επειδή το νήμα είναι αβαρές, η δύναμη που ασκεί στον τοίχο θα είναι και αυτή $3,5N$

Την χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα, η σφαίρα αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο τραχύ κεκλιμένο επίπεδο.

Δ.2 Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δακτυλίου κατά την κίνηση του στο τραχύ επίπεδο.

Υπολογίζω την ροπή αδράνειας του δακτυλίου χωρίζοντας τον σε στοιχειώδεις μάζες $m_1, m_2, ..., m_\upsilon$, οι οποίες ισαπέχουν από το κέντρο. Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του θα είναι: $I_{cm} = m_1R^2 + M_2R^2 + ... + m_\upsilon R^2 = MR^2$. Εφαρμόζω τους Νόμους της Κίνησης για την μεταφορική και την περιστροφική κίνηση σε συνδυασμό με τις συνθήκες μη ολίσθησης.

$$\upsilon_{cm} = \omega R \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{dx_{cm}}{dt} \Rightarrow \alpha_{cm} = \alpha_{\text{γων}} R$$

$$\Sigma\tau = I_{cm}\alpha_{\text{γων}} \Rightarrow T_{\text{στ}}R = MR^2\alpha_{\text{γων}} \Rightarrow T_{\text{στ}} = M\alpha_{cm}$$

$$\Sigma F_x = M\alpha_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu\phi - T_{\text{στ}} = M\alpha_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu\phi = 2M\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = 3,5m/s^2$$

Την χρονική στιγμή που ο ανιχνευτής καταγράφει συχνότητα για τον ήχο $f_1 = 694Hz$ το τραχύ δάπεδο γίνεται λείο. Το σημείο αυτό βρίσκεται σε ύψος $h = 2,55m$ από το έδαφος. Τη στιγμή που η σφαίρα φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, να υπολογίσετε:

Δ.3 Να υπολογιστεί το διάστημα που έχει διανύσει ο δακτύλιος στο τραχύ δάπεδο.

Την στιγμή που αλλάζει το είδος του επιπέδου η συχνότητα καταγραφής δίνεται $f_1 = \frac{\upsilon + \upsilon_1}{\upsilon} f_s \Rightarrow \upsilon_1 = 7m/s$. Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ(ή ΑΔΜΕ) για την σύνθετη κίνηση του δακτυλίου στο τραχύ επίπεδο για να υπολογίσω το διάστημα S_1 . Το έργο της στατικής τριβής είναι μηδενικό γιατί δεν μετακινεί το σημείο εφαρμογής της στην περίπτωση της κύλισης χωρίς ολίσθηση.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}M\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}MR^2(\frac{\upsilon_1}{R})^2 = Mg\eta\mu\phi S_1 \Rightarrow S_1 = 7m$$

Θα μπορούσα εναλλακτικά να δουλέψω με τις εξισώσεις κίνησης για το κέντρο μάζας $\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} t$ *και* $x_{cm} = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t^2$

Δ.4 Να περιγράψετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει ο δακτύλιος στο λείο δάπεδο και να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα και η ταχύτητα του κέντρου μάζας στην βάση του κεκλιμένου.

Στο λείο δάπεδο η στατική τριβή μηδενίζεται με συνέπεια $\Sigma\tau = 0$*, οπότε η γωνιακή ταχύτητα θα παραμένει σταθερή (*$\omega = \frac{\upsilon_1}{R} = 70 rad/s$*). Το σώμα θα κάνει μαι σύνθετη κίνηση με Ομαλή Περιστροφή και Ομαλά μεταβαλλόμενη μεταφορική κίνηση. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας στο κεκλιμένο επίπεδο θα υπολογιστεί από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:* $\Sigma F_x = M\alpha'_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu\phi = M\alpha'_{cm} \Rightarrow \alpha'_{cm} = g\eta\mu\phi = 7 m/s^2$

Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα υ_2 *στην βάση του κεκλιμένου θα εφαρμόσουμε την ΑΔΜΕ (ή ΘΜΚΕ) όπου βέβαια η Κινητική Ενέργεια περιστροφής παραμένει σταθερή.*

$$\frac{1}{2}M\upsilon_1^2 + K_{\text{περ}} + Mgh = \frac{1}{2}M\upsilon_2^2 + K_{\text{περ}} \Rightarrow \upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2gh \Rightarrow \upsilon_2 = 10 m/s$$

Δ.5 Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της Βαρυτικής δυναμικής ενέργειας την στιγμή που το δάπεδο γίνεται λείο.

$$K + U = \text{σταθερή} \Rightarrow dK + dU = 0 \Rightarrow \frac{dU}{dt} = -\frac{dK}{dt}$$

$$\frac{dU}{dt} = -\Sigma F_x \cdot \upsilon_{cm} - \Sigma\tau \cdot \omega = -M\alpha_{cm}\upsilon_1 - MR^2\alpha_{\text{γων}}\omega_1 = -49 J/s$$

Δ.6 Να γράψετε την χρονική εξίσωση της συχνότητας που καταγράφει ο ανιχνευτής κατά την διάρκεια της καθόδου και να σχεδιάσετε το αντίστοιχο διάγραμμα.

Το σώμα φτάνει στο δάπεδο σε χρόνο $t = t_1 + t_2$*. Ο χρόνος* t_1 *είναι ο χρόνος κίνησης στο τραχύ δάπεδο (*$\upsilon_1 = \alpha_{cm} t_1 \Rightarrow t_1 = 2s$*) . Ο χρόνος* t_2 *είναι ο χρόνος κίνησης στο λείο δάπεδο. (*$\upsilon_2 = \upsilon_1 + \alpha'_{cm} t_2 \Rightarrow t_2 = 3/7 s$*)*

$$f = \frac{\upsilon + \upsilon_{cm}}{\upsilon} f_s = \frac{\upsilon + \alpha_{cm} t}{\upsilon} f_s \Rightarrow f = 680 + 7t \quad (S.I.)\ 0s < t < 2s$$

$$f = \frac{\upsilon + \upsilon_{cm}}{\upsilon} f_s = \frac{\upsilon + \upsilon_1 + \alpha'_{cm} t'}{\upsilon} f_s \Rightarrow f = 694 + 14(t-2) \quad (S.I.)\ 2s < t < 17/7s$$