# Φυσική Β Λυκειου, Θετικού Προσανατολισμού
# 1ο Φυλλάδιο - Οριζόντια Βολή

Επιμέλεια: Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου, $MSc$ Φυσικός
http://www.perifysikhs.com

## 1 Εισαγωγικές Έννοιες - Α Λυκείου

Στην Φυσική της Α Λυκείου ¨κυριάρχησαν¨ οι **Νόμοι του Νεύτωνα**, και οι **Εξισώσεις Κίνησης**. Όλα αυτά είναι από τα βασικά εργαλεία για την μελέτη των κινήσεων ενός υλικού σώματος. Εργαλεία που θα μας συνοδέψουν και στην Φυσική της Β Λυκείου τόσο στο μάθημα της Γενικής Παιδείας, όσο και στο μάθημα της Κατεύθυνσης. Για να τα θυμηθούμε παρακάτω:

### 1.1 Δυναμική και Κινήσεις

Θεωρούμε ένα σώμα (αμελητέων διαστάσεων) το οποίο μπορεί να κινηθεί υπό την επίδραση δυνάμεων με συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ σε ευθύγραμμη τροχιά. Σύμφωνα με τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα το είδος της κίνησης θα καθοριστεί από την $\Sigma\vec{F}$.

- Αν $\Sigma\vec{F} = 0$ τότε το σώμα εφόσον δεν ισορροπεί θα εκτελεί **Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση**

$$\boxed{\upsilon = \text{σταθερή} \qquad \text{και} \qquad x = \upsilon t}$$

- Αν $\Sigma\vec{F}$ =σταθερή, τότε το σώμα θα εκτελεί **Ευθύγραμμη Ομαλά Μεταβαλλόμενη Κίνηση**

$$\vec{\alpha} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m} = \text{σταθερή} \Rightarrow \upsilon = \upsilon_0 \pm \alpha t \quad \text{και} \quad x = \upsilon_0 t \pm \tfrac{1}{2}\alpha t^2$$

Όπου βέβαια $\upsilon_0$ είναι η αρχική ταχύτητα του σώματος ( εφόσον υπάρχει) και το $\pm$ αντιστοιχεί στην επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη κίνηση.

## 1.2 Κατακόρυφες Κινήσεις

Όταν ένα σώμα μάζας $m$ κινείται στο κατακόρυφο άξονα με την επίδραση μόνο της δύναμης του βάρους ($\vec{w} = m\vec{g}$) η επιτάχυνση (επιβράδυνση) του είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας $\vec{g}$.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει πάντα κατεύθυνση προς το κέντρο της γης και η τιμή της εξαρτάται από το ύψος πάνω από την επιφάνεια της γης και από το γεωγραφικό πλάτος. Όταν απομακρυνόμαστε από το κέντρο της γης η τιμή της ελαττώνεται. Για παράδειγμα η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι μεγαλύτερη στο ισημερινό από ότι στους πόλους (θυμήσου το σχήμα της γης!)

- Αν το σώμα αφεθεί ελεύθερο ($\upsilon_0 = 0$) από ένα ύψος $h$ τότε θα εκτελεί **Ελεύθερη Πτώση**.

$$\upsilon = gt \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

- Αν το σώμα εκτοξευτεί κατακόρυφα προς τα κάτω ($\upsilon_0 \neq 0$) από ένα ύψος $h$ τότε θα εκτελεί **Κατακόρυφη βολή προς τα κάτω**.

$$\upsilon = \upsilon_0 + gt \quad \text{και} \quad y = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

- Αν το σώμα εκτοξευτεί κατακόρυφα προς τα πάνω ($\upsilon_0 \neq 0$) από το έδαφος τότε θα εκτελεί **Κατακόρυφη βολή προς τα πάνω**.

$$\boxed{\upsilon = \upsilon_0 - gt \qquad \text{και} \qquad y = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}gt^2}$$

Με την χρήση των παραπάνω εξισώσεων μπορούμε να υπολογίσουμε σε κάθε χρονική στιγμή $t$ την θέση και την ταχύτητα του σώματος. Άρα έχουμε μια πλήρη περιγραφή της κίνησης του. Η μεταβλητή $\vec{x}$ αντιστοιχεί στην **οριζόντια θέση** και η μεταβλητή $\vec{y}$ στην **κατακόρυφη θέση** και προφανώς θεωρούμε την αρχή των αξόνων ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων.

# 2 Σύνθετες Κινήσεις - Οριζόντια Βολή

Στην φύση οι κινήσεις δεν γίνονται πάντα πάνω σε μια οριζόντια ή κατακόρυφη γραμμή, στις περισσότερες περιπτώσεις τα σώματα κινούνται στο επίπεδο και στον χώρο. Η μελέτη αυτών των ¨πραγματικών¨ κινήσεων μπορεί να γίνει με όλες τις παραπάνω γνώσεις αρκεί να σκεφτούμε ¨έξυπνα¨. Μπορούμε να μελετήσουμε τις ¨σύνθετες κινήσεις¨ απλά αν τις αναλύσουμε σε απλούστερες κινήσεις όπως οι παραπάνω.

## 2.1 Αρχή Ανεξαρτησίας των Κινήσεων

***΄Οταν ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις και σε χρόνο $t_1$ πάει από την θέση Α στην θέση Γ, τότε στην ίδια θέση φτάνει εάν κάνει ξεχωριστά και διαδοχικά την ίδια κίνηση για χρόνο $t_1$ όμως την καθεμία.***

Η αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων χρησιμοποιείτε για την μελέτη μιας σύνθετης κίνησης. Σε μια σύνθετη κίνηση για την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και την μετατόπιση $\vec{x}$ ισχύουν αντίστοιχα οι σχέσεις:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon_1} + \vec{\upsilon_2} \qquad \vec{x} = \vec{x_1} + \vec{x_2}$$

όπου βέβαια $\vec{\upsilon_1}, \vec{\upsilon_2}$ οι ταχύτητες και $\vec{x_1}, \vec{x_2}$, οι μετατοπίσεις λόγω της κάθε κίνησης ξεχωριστά.

## 2.2 Οριζόντια Βολή

Όταν ένα σώμα το ρίχνουμε με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon_0}$ μέσα στο πεδίο βαρύτητας αγνοώντας κάθε είδους αντιστάσεις, το σώμα θα κάνει **Οριζόντια Βολή**. **Η οριζόντια βολή είναι μια σύνθετη κίνηση, η οποία αποτελείται από τις δύο πιο κάτω κινήσεις:**

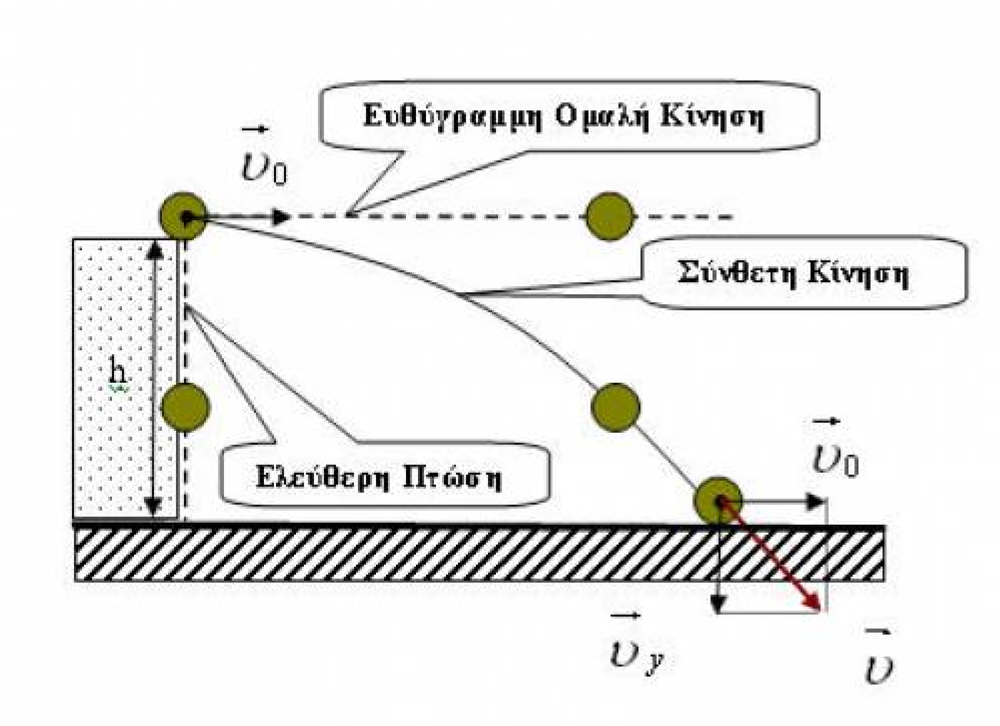
- **Την ευθύγραμμη ομαλή**,λόγω της $\vec{\upsilon_0}$. Αν δηλαδή δεν υπήρχε βαρύτητα, το σώμα θα έκανε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $\vec{\upsilon_0}$
- **Την ελεύθερη πτώση** λόγω της βαρύτητας. Αν δηλαδή αφήναμε το σώμα ( δεν υπήρχε η $\vec{\upsilon_0}$), τότε λόγω της βαρύτητας θα έκανε ελεύθερη πτώση.

**Οι εξισώσεις που περιγράφουν την οριζόντια βολή είναι:**

**Στην οριζόντια διεύθυνση:** $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$ **Ε.Ο.Κ.**
$\upsilon_x = \upsilon_0$ = σταθερή και $x = \upsilon_0 t$

**Στην κατακόρυφη διεύθυνση:** $\Sigma F_y = mg \Rightarrow$ **Ελεύθερη πτώση**
$\upsilon_y = gt$ και $y = \frac{1}{2}gt^2$

- **Η θέση του σώματος σε κάθε χρονική στιγμή** καθορίζεται από τις συντεταγμένες του $(x, y)$ τις οποίες έχουμε εκφράσει ως συναρτήσεις του χρόνου παραπάνω.
- **Η ταχύτητα του σώματος σε κάθε χρονική στιγμή** είναι η συνισταμένη των ταχυτήτων των επιμέρους κινήσεων ($\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon_x} + \vec{\upsilon_y}$). Δηλαδή:




$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} \qquad \epsilon\phi\phi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x}$$

**Ας απαντήσουμε τώρα σε κάποιες ερωτήσεις...**

1. **Σε πόσο χρόνο το σώμα φτάνει στο έδαφος;**

   *Αν το σώμα την χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκονταν σε ύψος $h$ για να βρούμε τον χρόνο που φτάνει στο έδαφος αρκεί να αξιοποιήσουμε την κίνηση στην κατακόρυφη διεύθυνση θέτοντας $y = h$ για την κατακόρυφη μετατόπιση.*

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = h \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

2. **Ποια θα είναι η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση ($S$) του σώματος;**
   *Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση είναι αυτό που ονομάζουμε **Βεληνεκές** στην οριζόντια βολή. Για τον υπολογισμό θα αξιοποιήσουμε το προηγούμενο αποτέλεσμα μας σε συνδυασμό με την κίνηση στην οριζόντια*

*διεύθυνση, αφού αναφερόμαστε στην οριζόντια μετατόπιση την στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος*

$$S = x = \upsilon_0 t = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

**3. Με τι ταχύτητα φτάνει το σώμα στο έδαφος;**

*Η τιμή της ταχύτητας θα υπολογιστεί με την βοήθεια και των δυο κινήσεων υπολογίζοντας τις ταχύτητες $\upsilon_x$ και $\upsilon_y$ την χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος και βρίσκοντας την συνισταμένη τους.*

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} \;\; \mu\epsilon \;\; \upsilon_x = \upsilon_0 \;\; \kappa\alpha\iota \;\; \upsilon_y = gt = g\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

*Αν μας ζητούσαν και την* ***γωνιακή εκτροπή*** *την στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος αρκεί να υπολογίσουμε την γωνία $\phi$ που σχηματίζεται ανάμεσα στην $\vec{\upsilon_o}$ και την $\vec{\upsilon}$, με την εφαπτομένη $\epsilon\phi\phi = \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_x}$*

> *Αξίζει να σημειωθεί ότι στο ίδιο αποτέλεσμα για την ταχύτητα θα φτάναμε και με την χρήση ¨Ενεργειακών εργαλείων¨ που μάθαμε στην Φυσική Α Λυκείου (ΑΔΜΕ - ΘΜΚΕ).*

**3. Ποια είναι η εξίσωση της τροχιάς $y = f(x)$ του σώματος;**

*Η σχέση που συνδέει τις συντεταγμένες $(x, y)$ του σώματος σε κάθε χρονική στιγμή, αποτυπώνει δηλαδή την καμπύλη της κίνησης ονομάζεται* ***Εξίσωση της Τροχιάς***. *Μπορούμε να την εξάγουμε αρκεί να ¨διώξουμε¨ τον χρόνο από τις εξισώσεις των $x$ και $y$.*

$$x = \upsilon_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{\upsilon_0} \quad , y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\Big(\frac{x}{\upsilon_0}\Big)^2 \Rightarrow y = \frac{g}{2\upsilon_0^2}x^2$$

Η εξίσωση της τροχιάς $y = \dfrac{g}{2\upsilon_0^2}x^2$ είναι η εξίσωση της παραβολής στα μαθηματικά ($y = \alpha x^2, \alpha > 0$) για αυτό και η τροχιά του σώματος είναι μια **παραβολή**.

*Προσοχή βέβαια στο πεδίο ορισμού της εξίσωσης τροχιάς αφού έχει νόημα μόνο κατά την διάρκεια της οριζόντιας βολής* $0 \leq x \leq S$

*** Παρόμοια κίνηση με αυτή που περιγράψαμε παραπάνω εκτελεί ένα ηλεκτρικά φορτισμένο σωματίδιο μάζας* $m$ *και φορτίου* $q$ *όταν εισέλθει με μια ταχύτητα* $\vec{v_0}$ *κάθετη στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς Ηλεκτρικού πεδίου* $\vec{E}$. *Στην περίπτωση αυτή η δύναμη που αναγκάζει το σωματίδιο να κινηθεί ¨παραβολικά¨ είναι η ηλεκτρική δύναμη (*$\vec{F} = q\vec{E}$ *και όχι το βάρος. ( Φυσική Β Λυκείου Θετικής & Τεχνολογικής Κατεύθυνσης , σχολικό σελ. 96-100)*

## 3 Ασκήσεις - Προβλήματα προς λύση

*Με βάση τα παραπάνω προσπαθήστε να λύσετε τις ακόλουθες ασκήσεις και προβλήματα.* **Για όλες τις ασκήσεις θεωρήστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην γη** $g = 10m/s^2$**.**

### 3.1 Το πλήρωμα ενός αεροπλάνου, που πετάσει σε ύψος $h$, αφήνει ελέυθερο έναν δέμα. Ο χρόνος που χρειάζεται το ΄δεμα για να φτάσει στο έδαφος εξαρτάται:

α) μόνο από την ταχύτητα του αεροπλάνου.

β) μόνο από το ύψος στο οποίο πετάει το αεροπλάνο.

γ) από την ταχύτητα του αεροπλάνου και το ύψος στο οποίο πετάει.

γ) από το ύψος στο οποίο πετάει το αεροπλάνο και από το βάρος του αντικειμένου.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

### 3.2 Ένα σώμα ρίχνεται οριζόντια από ύψος $h = 320m$ από το έδαφος με ταχύτητα $v_0 = 60m/s$. Να βρείτε για το σώμα:

α) τον ολικό χρόνο της κίνησης του,

β) το βεληνεκές του

γ) την ταχύτητα του όταν χτυπά στο έδαφος

**3.3 Ένα μικρό σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος $h = 20m$ πάνω από το έδαφος με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 10m/s$. Να βρεθούν:**

α) ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να φτάσει στο έδαφος,

β) η οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα μέχρι να φτάσει στο έδαφος,

γ) η εξίσωση της τροχιάς του σώματος,

γ) η οριζόντια μετατόπιση του σώματος όταν θα έχει διανύσει τη μισή κατακόρυφη απόσταση.

**3.4 Αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε σταθερό ύψος $H = 320m$ από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_0 = 10m/s$. Από το αεροπλάνο αφήνεται μια βόμβα. Να βρείτε:**

α) τη θέση του αεροπλάνου όταν η βόμβα χτυπά στο έδαφος,

β) τον χρόνο που κάνει η βόμβα για να φτάσει στο έδαφος,

γ) την οριζόντια μετατόπιση της βόμβας από το σημείο που αφέθηκε.

**3.5 Ένας αστροναύτης, προκειμένου να προσδιορίσει την επιτάχυνση της βαρύτητας στον πλανήτη στο οποίο προσγειώθηκε, ρίχνει οριζόντια από ύψος 12 $m$ μια μικρή πέτρα. Μ' ένα χρονόμετρο μετρά τον χρόνο που χρειάζεται η πέτρα για να φτάσει στο έδαφος. Αν ο χρόνος είναι $t_{o\lambda} = 2s$, να βρείτε:**

α) την επιτάχυνση της βαρύτητας στον πλανήτη αυτό,

β) την αρχική ταχύτητα της σφαίρας αν η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση της είναι $s = 30m$

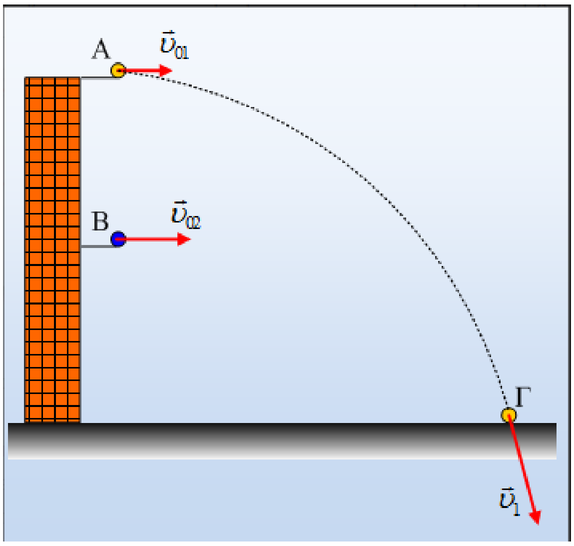
γ) την ταχύτητα με την οποία η πέτρα χτυπά στο έδαφος.

**3.6 Ένας σκοπευτής έχει την κάνη του όπλου του οριζόντια και σημαδεύει στο κέντρο ενός μεγάλου στόχου, που βρίσκεται σε απόσταση $s = 200m$. Η σφαίρα χτυπάει τον στόχο σε απόσταση $d = 1,25m$ χαμηλότερα από το κέντρο.**

Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία έφυγε η σφαίρα από την κάνη του όπλου.

***Οι παρακάτω ασκήσεις αναδημοσιεύονται από το*** **`www.ylikonet.gr`**

**3.7 Από δύο σημεία, τα οποία βρίσκονται σε ύψη $2H$ και $H$ από το έδαφος, εκτοξεύονται οριζόντια δυο μικρές σφαίρες Α και Β, της ίδιας μάζας, στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Η πρώτη με αρχική ταχύτητα $\vec{υ}_{01}$, πέφτει στο έδαφος στο σημείο Γ, όπως στο σχήμα.**




Να χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως **σωστές ή λανθασμένες**, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

α) Αν οι δυο σφαίρες εκτοξευτούν ταυτόχρονα, πρώτη στο έδαφος θα φτάσει η Β σφαίρα, ανεξάρτητα της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσής της.

β) Για να μπορέσει η Β σφαίρα να φτάσει στο έδαφος στο ίδιο σημείο Γ, θα πρέπει να εκτοξευθεί με αρχική ταχύτητα $υ_{02} = 2υ_{01}$.

γ) Αν τελικά και οι δύο σφαίρες φτάνουν στο ίδιο σημείο Γ, ενώ $\upsilon_{01} = \sqrt{3gh}$, τότε ο λόγος των τελικών κινητικών ενεργειών $\dfrac{K_1}{K_2}$ είναι:

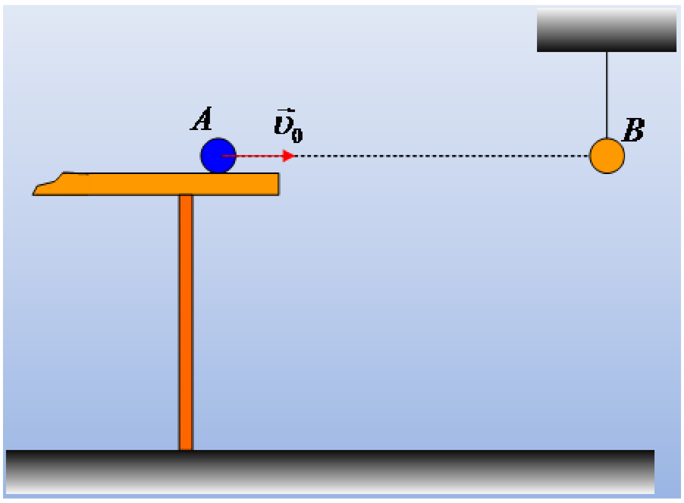
(1)$\frac{1}{2}$ (2) $\frac{5}{8}$ (3) $\frac{7}{8}$ (3) $1$

**3.8 Από ορισμένο ύψος $H$ από το έδαφος, εκτοξεύεται ένα σώμα μάζας $0,1kg$ οριζόντια με ταχύτητα $\upsilon_o$. Μετά από χρονικό διάστημα $2s$, το σώμα βρίσκεται σε σημείο Α έχοντας ταχύτητα $25m/s$ απέχοντας κατά $6m$ από το έδαφος. Αν $g = 10m/s^2$ ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα να υπολογιστούν:**

α) Η αρχική ταχύτητα και το αρχικό ύψος από το οποίο έγινε η εκτόξευση.

β) Το έργο του βάρους στο χρονικό διάστημα των $2s$.

**3.9 Η σφαίρα Α κινείται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_0$, πάνω σε ένα λείο τραπέζι, όπως στο σχήμα. Στο ύψος του τραπεζιού, ισορροπεί μια δεύτερη σφαίρα Β δεμένη στο άκρο νήματος. Τη στιγμή που η σφαίρα Α εγκαταλείπει το τραπέζι, κόβουμε το νήμα που συγκρατεί τη σφαίρα Β. Εξετάζουμε, αν θα συμβεί κρούση των δύο σφαιρών, πριν φτάσουν στο έδαφος. Τι από τα παρακάτω ισχύει;**



α) Δεν θα συγκρουστούν.

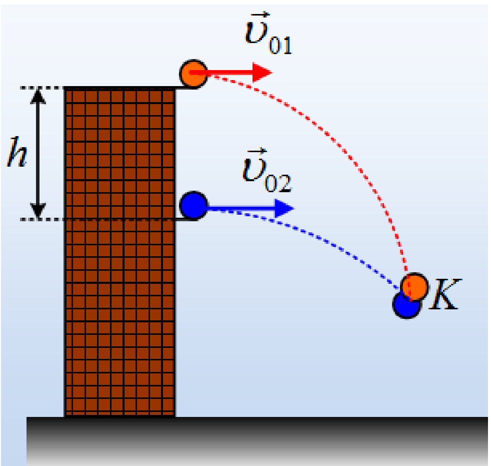
β) Θα συγκρουστούν πάντα.

γ) θα συγκρουστούν μόνο αν η σφαίρα Α έχει αρχική ταχύτητα, μικρότερη μιας ορισμένης τιμής.

δ) θα συγκρουστούν μόνο αν η σφαίρα Α έχει αρχική ταχύτητα, μεγαλύτερη μιας ορισμένης τιμής.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, όπως αμελητέες θεωρούνται και οι διαστάσεις των δύο σφαιρών.

**3.10 Από ένα ψηλό κτήριο και από δύο σημεία που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφη, απέχοντας μεταξύ τους κατά $h = 25m$ εκτοξεύονται δυο μικρές (αμελητέων διαστάσεων) σφαίρες, οριζόντια με αρχικές ταχύτητες $\upsilon_{01} = 10m/s$ και $\upsilon_{02}$, στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Οι σφαίρες συγκρούονται πριν φτάσουν στο έδαφος, στο σημείο Κ, αφού κινηθούν όπως στο διπλανό σχήμα**




α) Οι σφαίρες εκτοξεύθηκαν ταυτόχρονα ή όχι ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

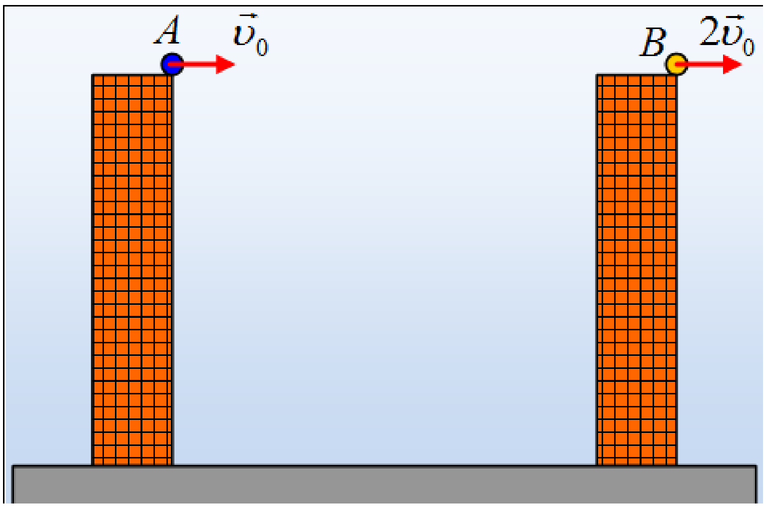
β) Αν η πάνω σφαίρα κινήθηκε για χρονικό διάστημα $t_1 = 3s$ μέχρι την κρούση, για πόσο χρονικό διάστημα κινήθηκε η κάτω σφαίρα ;

γ) Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα της κάτω σφαίρας.

δ) Να υπολογιστεί η απόσταση των δύο σφαιρών, ένα δευτερόλεπτο πριν την σύγκρουσή τους.

Δίνεται $g = 10m/s^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

**3.11 Από τις ταράτσες δύο πολυκατοικιών και από το ίδιο ύψος, εκτοξεύονται ταυτόχρονα δυο μικρές μπάλες Α και Β, ίδιας μάζας, με οριζόντιες ταχύτητες μέτρων $\upsilon_0$ και $2\upsilon_0$, όπως στο σχήμα, στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Οι μπάλες φτάνουν στο έδαφος, χωρίς η Α να κτυπήσει στην δεξιά πολυκατοικία.**




Α. Η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων:

α) παραμένει σταθερή.

β) Είναι ανάλογη με το χρόνο κίνησης.

γ) Είναι ανάλογη με το τετράγωνο του χρόνου.

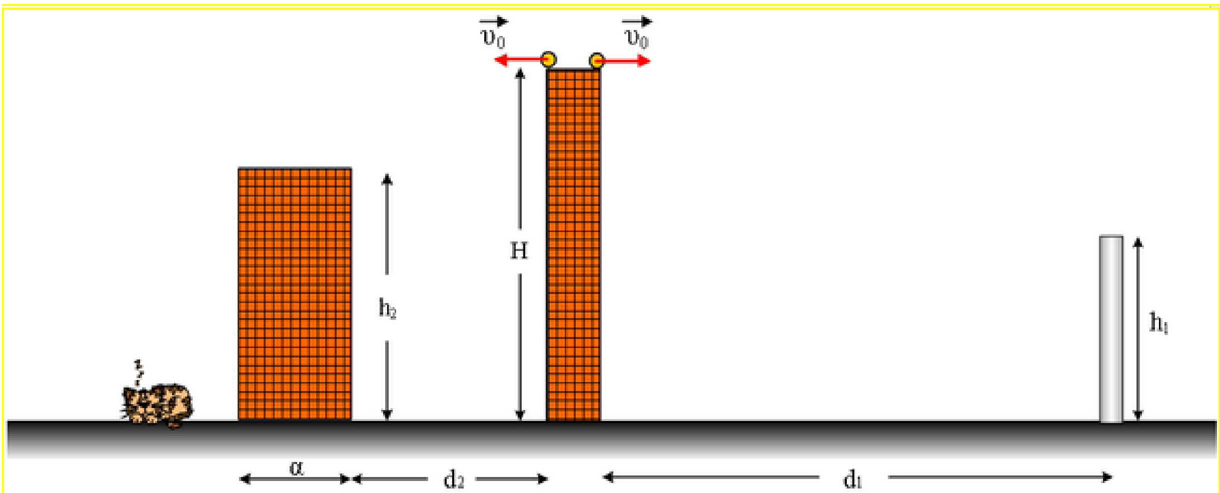
δ) Τίποτα από τα παραπάνω.

Β. Για μια στιγμή $t_1$ και πριν φτάσουν οι μπάλες στο έδαφος:

ι) Μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια έχει:
α) Η μπάλα Α, β) Η μπάλα Β, γ) Έχουν ίσες δυναμικές ενέργειες.

ιι) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια έχει:
α) Η μπάλα Α, β) Η μπάλα Β, γ) Έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

**3.12 Από ένα κτήριο ύψους $H = 20m$ με έναν εκτοξευτή για μπαλάκια, εκτοξεύουμε μπαλάκια με οριζόντια ταχύτητα $\vec{v_0}$. Η ταχύτητα αυτή μπορεί να ρυθμίζεται στην επιθυμητή τιμή. Μία κολόνα βρίσκεται ακριβώς απέναντι από το κτήριο που ρίχνουμε τα μπαλάκια και έχει ύψος $h_1$. Η οριζόντια απόσταση μεταξύ κολόνας και κτηρίου είναι $d_1 = 45m$.**




α) αν εκτοξεύσουμε ένα μπαλάκι οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20m/s$ θα πετύχουμε την κολόνα;

β) αν εκτοξεύσουμε τώρα το μπαλάκι με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 30m/s$ ποιο το μέγιστο ύψος της κολόνας ώστε να μην την πετύχουμε;

Από την άλλη μεριά του κτηρίου που κάνουμε τις εκτοξεύσεις, υπάρχει σε απόσταση $d_2 = 16m$ κτήριο ύψους $h_2 = 16,8m$ και τετράγωνης ταράτσας εμβαδού $A = 16m^2$.

γ) για ποιες τιμές της ταχύτητας εκτόξευσης $v_o$θα γεμίσει η ταράτσα του διπλανού κτηρίου μπαλάκια;

δ) σε πόση απόσταση από το κτήριο μπορεί να κοιμηθεί ήσυχα ένα γατάκι χωρίς να ξυπνήσει απότομα (να του 'ρθει καμιά μπάλα στο κεφάλι);

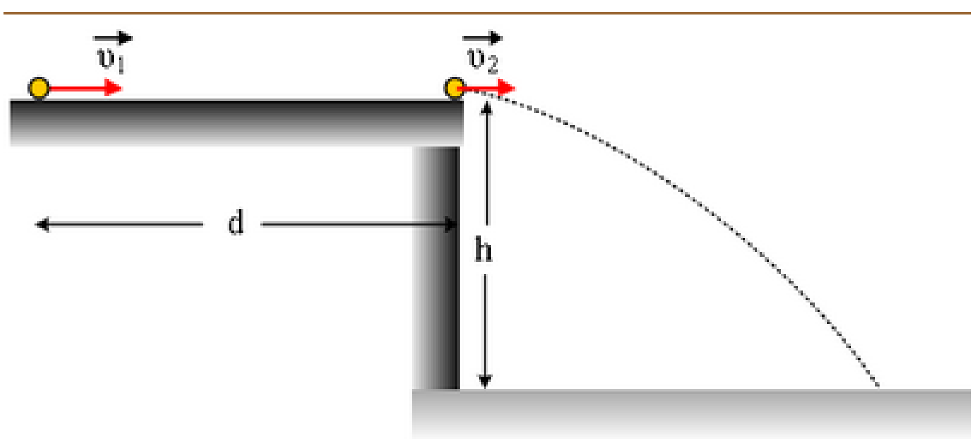
Δίνεται $g = 10m/s^2$, το πάχος της κολόνας θεωρείται αμελητέο όπως και το ύψος από το κοιμώμενο γατάκι.

**3.13 Ένας άνθρωπος έχει βγάλει βόλτα για παιχνίδι το σκύλο του, ύψους $h = 45cm$. Καθώς ο σκύλος είναι σταματημένος το αφεντικό του πετά την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το φρίσμπι με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20m/s$ και αυτός τρέχει να το πιάσει και το πιάνει στον αέρα με το στόμα του. Ο χρόνος αντίδρασης του σκύλου είναι $t_\alpha = 0,1s$ και μπορεί να κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha = 4m/s^2$.**

α) ποια στιγμή ο σκύλος πιάνει το φρίσμπι ;

β) ποια η αρχική του απόσταση από το αφεντικό του ;

**3.14 Εκτοξεύουμε την χρονική στιγμή $t_0 = 0$, ένα σώμα Σ με ταχύτητα $\upsilon_1$ σε τραχιά επιφάνεια που εκτείνεται σε μήκος $d$ και αφού διανύσει την απόσταση αυτή, έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = \upsilon_1 - 10(S.I.)$, εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος $h$. Φτάνοντας στο έδαφος έχει ταχύτητα $\upsilon_3$ ίσου μέτρου με την αρχική ταχύτητα εκτόξευσης $\upsilon_1$. Το βεληνεκές της βολής είναι ίσο με την απόσταση $d$ που διανύει στην τραχιά επιφάνεια (με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 2/3$). Να βρεθούν:**




α) το ύψος από το οποίο έγινε η βολή

β) το μέτρο της αρχικής ταχύτητας $\upsilon_1$ και το βεληνεκές της βολής

γ) η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\upsilon_3$με το έδαφος

δ) η χρονική στιγμή που το σώμα χτυπά στο έδαφος

Δίνεται $g = 10m/s^2$, οι αντιστάσεις από τον αέρα θεωρούνται αμελητέες και το σώμα θεωρείται υλικό σημείο.